УДК 004.9

Евдокимова Виктория Владимировна
Амурский государственный университет
г. Благовещенск, Россия
E-mail: vika.evdokimova.0014@inbox.ru
Афанасов Леонид Сергеевич
Амурский государственный университет
г. Благовещенск, Россия
E-mail: l.a.1996@mail.ru
Масловская Анна Геннадьевна
Амурский государственный университет
г. Благовещенск, Россия
E-mail: maslovskayaag@mail.ru
Evdokimova Victoria Vladimirovna
Amur State University
Blagoveshchensk, Russia
E-mail: vika.evdokimova.0014@inbox.ru
Afanasov Leonid Sergeevich
Amur State University
Blagoveshchensk, Russia
E-mail: l.a.1996@mail.ru
Maslovskaya Anna Gennadievna
Amur State University
Blagoveshchensk, Russia
E-mail: maslovskayaag@mail.ru

СПЕКТРАЛЬНЫЕ И ФРАКТАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЫХАТЕЛЬНЫХ ШУМОВ

SPECTRAL AND FRACTAL CHARACTERISTICS OF BREATH SOUNDS

Аннотация. Статья посвящена численной оценке спектральных и фрактальных характеристик дыхательных шумов, регистрируемых при аускультации легких. Применены методы расчета фрактальной размерности временных рядов: метод R/S анализа и алгоритм Хигучи. Для визуализации спектральных особенностей использованы Фурье- и вейвлет-преобразования. Программная реализация алгоритмов проведена в пакете Matlab. Установлены фрактальные и спектральные особенности различных типов дыхательных шумов.

Abstract. The article is devoted to the numerical assessment of the spectral and fractal characteristics of breath sounds recorded during auscultation of the lungs. For calculating the fractal dimension of time series the following methods were applied: the R/S analysis method and the Higuchi algorithm. Fourier and wavelet transforms were used to visualize the spectral features. The algorithms were implemented using the Matlab software. Fractal and spectral features of various types of respiratory sounds were estab-

lished.

Ключевые слова: дыхательные шумы, типы дыхания, фрактальная размерность, спектральная мощность, метод Хигучи, R/S-анализ, быстрое преобразование Фурье, вейвлет-преобразование.

Key words: breath sounds, sounds types, fractal dimension, spectral power, Higuchi algorithm, R/S analysis, fast Fourier transform, wavelet transform.

DOI: 10.22250/20730268_2023_101_18

Введение

Временной ряд представляет собой упорядоченную последовательность значений некоторого функционального показателя, зафиксированного в определенные моменты времени. Существует большое количество сложных живых систем, которые описываются временными рядами или биомедицинскими сигналами. В рамках медицинской функциональной диагностики сердца и мозга наиболее известными примерами динамических данных, описываемых временными рядами, являются сигналы электрокардиограммы (ЭКГ), фонокардиограммы (ФКГ), электроэнцефалограммы (ЭЭГ), электромиограммы (ЭМГ) и др. [1].

Дыхательные шумы, выслушиваемые над дыхательными путями и легочной тканью, – один из видов биомедицинских сигналов, регистрируемых при аускультации легких (от лат. nuscutlo – выслушиваю), позволяющих выявить характер и интенсивность дыхания при диагностике заболеваний. Патологическое состояние легких отражаются звуком, имеющим характерные особенности, которые заметны при диагностике [2]. Дыхательные шумы можно включают две категории – нормальные и случайные. Нормальные шумы делятся на везикулярные и трахеальные, которые свойственны здоровому человеку [3]. К случайным, или анормальным звукам относятся свистящие и влажные хрипы, которые указывают на проблемы с легкими – такими как инфекция, воспаление, обструкция и др.

На данный момент осуществляемые исследования направлены на выявление осложненных и продолжительных респираторных заболеваний, т.е. экспираторных хрипов. В работе [4] проведены исследования сигналов везикулярного дыхания и экспираторного свистящего шума методом спектрального анализа, который показал различие по временной продолжительности, интенсивности и количеству частотных составляющих. Исследовалась динамика молекул воздуха при дыхании с использованием фазового портрета, показателя Ляпунова, энтропии образца, фрактальной размерности и показателя Херста; в результате пришли к выводу, что используемые методы помогают понять степени сложности, возникающей из-за слизистых выделений и сужения дыхательных путей.

Исследованиям подверглась также природа везикулярного и трахеального дыхания. В [5] проводилась оценка физических причин возникновения соответствующих типов шумов, а также их фрактальный анализ. Выявлено, что природа возникновения везикулярного и трахеального шума различна. Помимо того, данным типам шума свойственен мультифрактальный характер.

Выявление осложнений легочных заболеваний имеет высокую важность, так как легкие являются основной зоной заражения различными вирусами. Используемые неинвазивные методики фрактального и спектрального анализа легочных шумов позволяют характеризовать структуру и поведение этих сигналов. Сложность применения многих фрактальных методов к диагностике временных рядов в различных приложениях связана с поиском оптимального соотношения «метод – объ-

ект». Во-первых, это обусловлено сложным характером структуры ряда, необходимостью его предпроцессинговой обработки и выделения «окон» – зон диагностического интереса [6, 7]. Кроме того, многие методы фрактального анализа имеют существенные ограничения в плане точности и для некоторых объектов могут приводить к неадекватным оценкам. В настоящей работе представлена реализация набора спектральных и фрактальных методов анализа временных рядов в целях диагностики их аналитических возможностей для выявления особенностей легочных шумов.

1. Методологическая база исследования

1.1. Спектральные методы

Спектральным анализом называется определение относительных сил периодических компонент, суперпозиция которых есть функция $Y(t)$, т.е. исходный временной ряд [8]. Средний сигнал такого ряда, который задан на временном интервале *T*, определяется выражением

$$\overline{Y}(t)=\frac{1}{T}\int_0^T Y(t)dt\ .$$

Дисперсия $Y(t)$ определяется как

$$\sigma^2\left(Y(t)\right)=\frac{1}{T}\int_0^T\left[Y(t)-\overline{Y}(t)\right]^2 dt\ .$$

Временной ряд $Y(t)$ может быть разложен по частоте *f* через амплитуду $C(f,T)$. Полученное значение является результатом преобразования Фурье, которое описывает синтез временного ряда из отдельных частотных составляющих [9]:

$$C(f,T)=\int_0^T Y(t)e^{-2\pi ift}dt\ .$$

Быстрое преобразование Фурье считается подходящим методом для анализа систем, где выборки находятся в конечном интервале $0<t<T$, чтобы учитывать влияние конечных временных рядов. Спектральная плотность мощности для временного ряда $Y(t)$ определяется следующим образом:

$$A(t)=\frac{1}{T}\left|C(f,T)\right|^2\ .$$

Преобразование Фурье позволяет осуществить только частотный анализ, без исследования динамики изменения значений, поэтому он подходит для нестационарных рядов. Альтернативной концепцией является использование вейвлет-преобразования, которое предоставляет возможности частотно-временной локализации и способно отразить особенности структуры различных сигналов. Непрерывное вейвлет-преобразование для входного сигнала $Y(t)$ имеет вид [10, 11]:

$$W(a,b)=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty}Y(t)\psi\left(\frac{t-a}{b}\right)dt=\frac{1}{\sqrt{a}}\sum_{i=1}^{N}\overline{Y}_i\psi\left(\frac{i-a}{b}\right),$$

где $\psi(t)$ – вейвлет-преобразование; *a* – масштабный коэффициент; *b* – параметр сдвига.

Все вейвлеты $\psi(t)$ должны иметь нулевое среднее значение. Часто выбирают ортогональные полиномиальным тенденциям, тогда метод становится нечувствительным к возможным тенденциям. Это вейвлеты, производные функции Гаусса, – например, MHAT- и HAAR-вейвлеты:

$$\psi^{(n)}(t)=\frac{d^n}{dt^n}\left(\exp\left(-t^2/2\right)\right).$$

Последний определяется соотношением:

$$\psi^H(t)=\begin{cases}1, 0\le t<1/2,\\ -1, 1/2\le t<1,\\ 0, t<0, t\ge 1.\end{cases}$$

Это ортогональный дискретный вейвлет, порождающий ортонормированный базис. Недостатки его – резкие границы в пространстве времени и несимметрия формы [11]. В качестве симметричного дискретного вейвлета применяют FHAT-вейвлет, который определяется следующим соотношением:

$$\psi(t)=\begin{cases}1,\ |t|\le 1/3,\\ -1/2,\ 1/3<|t|\le 1,\\ 0,\ |t|>1.\end{cases}$$

Но при этом FHAT-вейвлет нерегулярный во временном пространстве и не быстро спадающий в частотном пространстве.

1.2. Фрактальные методы

В качестве фрактальных методов в работе использованы *R/S*-анализ (или метод нормированного размаха) и метод Хигучи. Введем в рассмотрение метод *R/S*-анализа, популярный при исследовании временных рядов, обнаружении циклов и долговременной памяти [12]. Метод сводится к отысканию показателя Херста и фрактальной размерности. Показатель Херста обычно используется как мера геометрического фрактального масштабирования в ряду данных [8].

Входной ряд $Y(t)$ необходимо преобразовать в новый ряд Z длиной $M-1$, используя логарифмическое отношение текущего элемента к предыдущему:

$$Z_i=\log\left(\frac{Y_{i+1}}{Y_i}\right),\ i=1,2,...M-1.$$

Полученный временной ряд делится на A смежных периодов I_a длины n: $A\cdot n=M$. Для каждого такого периода необходимо найти среднее значение $E(I_a),\ \ a=1,2,...A$. Накопленные отклонения от среднего значения всех периодов определяются следующей формулой:

$$X_{k,a}=\sum_{i=1}^{k}\left(Z_{i,a}-E(I_a)\right),\ k=1,2,...n,\ a=1,2,...A.$$

Для определения максимального размаха необходимо найти разницу максимального и минимального значений для каждого периода, т.е.

$$R_{I_a}=\max\left(X_{k,a}\right)-\min\left(X_{k,a}\right),\ k=1,2,...n.$$

Выборочное стандартное отклонение для каждого периода находится следующим образом:

$$S_{I_a}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(Z_{k,a}-E(I_a)\right)^2}.$$

Показатель Херста рассчитывается как тангенс угла наклона прямой, аппроксимирующей зависимость *R/S* от *n*, построенной в двойном логарифмическом масштабе:

$$\left(R/S\right)\square\ n^H.$$

Размерность Хаусдорфа D (или фрактальная размерность) связана с показателем Херста сле-

дующим соотношением:

$$D = 2 - H .$$

Показатель Херста изменяется в интервале от 0 до 1. Интервал $0 < H < 0.5$ соответствует антиперсистентному временному ряду, которому свойственна изменчивость. При $H = 0.5$ говорят о случайном, стохастическом процессе. Примером такого процесса считается броуновское движение. Значения $0.5 < H < 1$ свойственны персистентным временным рядам, которые характеризуются эффектами долговременной памяти.

Далее рассмотрим метод Хигучи. Он основан на оценке длины кривой за счет выделения сегментов *k* [13]. В источнике [8] показано, что во многих случаях фрактальная размерность Хигучи является подходящей, если сравнивать со спектральным показателем. Этот метод не чувствителен к стационарности временного ряда.

Входной временной ряд $Y(t)$ необходимо разбить на *k* новых рядов следующим образом:

$$Y_m^k = \left\{ Y(m), Y(m+k), Y(m+2k), ..., Y\left(m + \left[\frac{N-m}{k} \right] k \right) \right\}, \; m = 1, 2, ..., k .$$

Значения *m* и *k* – целые числа, «[ ]» есть целая часть. Например, для ряда длиной *N* = 100 и значением *k* = 4 полученные временные ряды будут иметь вид:

$$Y_4^1 : Y(1), Y(5), Y(9), ..., Y(97);$$

$$Y_4^2 : Y(2), Y(6), Y(10), ..., Y(98);$$

$$Y_4^3 : Y(3), Y(7), Y(11), ..., Y(99);$$

$$Y_4^4 : Y(4), Y(8), Y(12), ..., Y(100).$$

Длины кривых для новых временных рядов вычисляется по формуле:

$$L_m(k) = \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^{\left[\frac{N-m}{k} \right]} \left| Y(m+ik) - Y(m+(i-1)k) \right| \right) \frac{N-1}{\left[\frac{N-m}{k} \right] k},$$

где выражение $\dfrac{N-1}{\left[\frac{N-m}{k} \right] k}$ является нормировочным коэффициентом.

Полная средняя длина кривой в таком случае будет равна:

$$\langle L(k) \rangle = \frac{\sum_{m=1}^{k} L_m(k)}{k} .$$

Если условие $\langle L(k) \rangle \square k^{-D}$ выполняется, то временной ряд $Y(t)$ обладает свойством фрактальности с фрактальной размерностью *D*, которая определяется по наклону зависимости $\ln L(k)$ от $\ln k$.

При увеличении значения *k* соответственно увеличивается фрактальная размерность *D*. Но для уменьшения ошибки расчета в источнике [14] приведен метод расчета такого значения *k*, при котором фрактальная размерность будет приближена к действительному:

$$k = \left[A_1 \sin(B_1 \cdot N + C_1) + A_2 \sin(B_2 \cdot N + C_2) \right].$$

Квадратные скобки в формуле соответствуют целой части полученного результата. В таблице 1 приведены допустимые значения коэффициентов.

Таблица 1

Коэффициенты для расчета параметра *k*

Коэффициент	Значение
A_1	129.8 ± 3.0
B_1	(1.292 ± 0.045) × 10^{-5}
C_1	0.04488 ± 0.0255
A_2	18.82 ± 2.56
B_2	(6.488 ± 0.280) × 10^{-5}
C_2	1.332 ± 0.220

Временной ряд можно считать фрактальным, если спектр мощности удовлетворяет степенному закону:

$$s(t) \square f^{-\beta},$$

где β – спектральный показатель, определяющий особенности поведения временного ряда. Так, значение $\beta = 0$ соответствует белому шуму, спектр мощности таких систем не зависит от частоты; значение $\beta = 1$ характеризует розовый шум, который имеет форму $1/f$; значение $\beta = 2$ соответствует броуновскому движению с формой $1/f^2$.

Спектральный показатель связан с фрактальной размерностью *D* и показателем Херста *H* следующим соотношением [8]:

$$\beta = 2H + 1 = 5 - 2D.$$

Алгоритмы всех описанных методик реализованы программно в ППП Matlab и верифицированы на тестовых сигналах.

2. Спектральный и фрактальный анализ дыхательных шумов

2.1. Описание легочных шумов

Как уже отмечено, дыхательные шумы делятся на нормальные и анормальные (случайные) [15]. К нормальным относятся везикулярные и трахеальные шумы. Везикулярные шумы – это звуки, которые выслушиваются при аускультации грудной клетки здорового человека. Визуализированный пример такого шума показан на рис. 1 [3].

Инспираторный компонент преобладает и создается турбулентным потоком воздуха в долевых и сегментарных бронхах, тогда как экспираторный компонент обусловлен потоком в более крупных дыхательных путях [3].

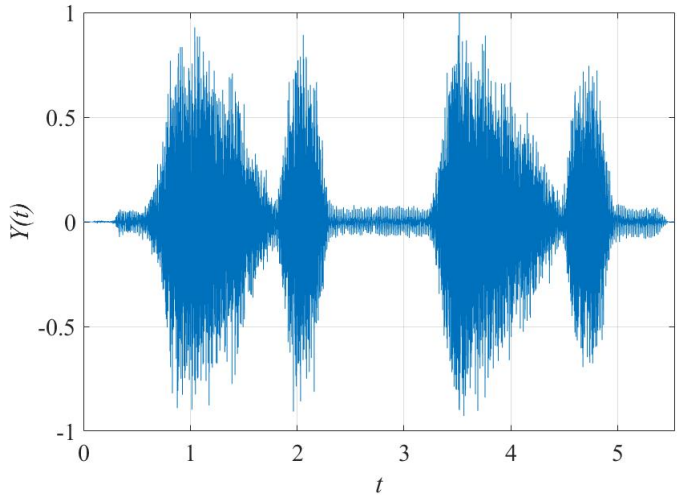


Рис. 1. Везикулярный шум [3].

К анормальным (случайным) шумам относятся сухие и влажные хрипы, а также бронхиальный и бронховезикулярный шумы. Хрип определяется как непрерывный звук продолжительностью более 250 мс. Считается, что хрип происходит из-за колебания противоположных стенок дыхательных путей, которые сужены почти до точки соприкосновения. Свистящий хрип, представленный на рис. 2, может быть экспираторным или инспираторным и состоять из одного или нескольких звуков. Возникают такие хрипы в мелких бронхах и обусловлены бронхоспазмом. Слышны они во время входа и выдоха, но чаще при выдохе.

Клинически хрипы указывают на обструкцию дыхательных путей. Она может возникнуть в любой точке дыхательных путей. Условия, вызывающие отдышку, включают инфекцию, опухоли гортани или трахеи, стеноз трахеи, трахеомаляцию и др.

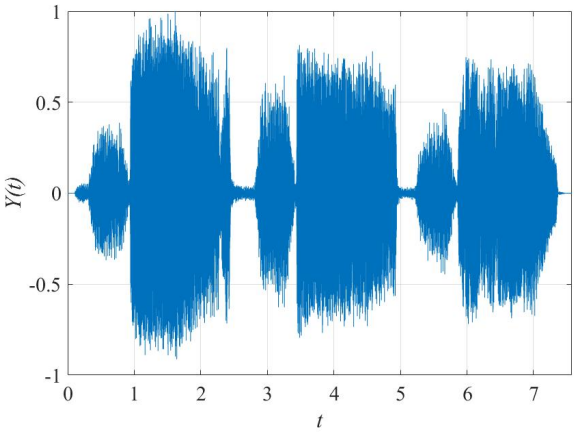


Рис. 2. Свистящие хрипы [3].

Влажный хрип представляет собой короткий, взрывной звук. Его можно разделить на два типа – тонкий и грубый. Мелкие потрескивания более высокие по частоте и меньшие по продолжительности по сравнению с грубыми. Мелкие хрипы вызваны внезапным открытием дыхательных путей, а грубые чаще всего связаны с выделениями.

Хрип может возникать как на вдохе, так и на выдохе, но чаще во время вдоха. Инспираторный хрип можно разделить на ранние, средние и поздние инспираторные. Влажные хрипы чаще выслушиваются в базилярных отделах легких, потому что распределение закрытия дыхательных путей зависит от силы тяжести.

Легочная паренхиматозная консолидация может вызвать несколько изменений качества дыхательных шумов. Бронхиальные дыхательные шумы – это дыхательные шумы, которые чрезмерно сильно давят на грудную стенку вследствие повышенной звукопроницаемости через консолидированную паренхиму легких. Эти звуки похожи на звуки трахеи, являются громкими, высокими, трубчатыми и свистящими. Выдох в таком случае бывает громче входа. Бронховезикулярное дыхание – это дыхательный шум, обладающий свойствами везикулярного и бронхиального дыхания. Как и бронхиальное дыхание, имеет длинную экспираторную фазу, а подобно везикулярному – между вдохом и выдохом не имеет паузы.

2.2. Спектральный анализ

Проанализируем частотные характеристики дыхательных шумов. Бронховезикулярный шум тише и более низкочастотный, чем бронхиальный, но при этом громче, чем везикулярный. По спек-

тру мощности, представленном на рис. 3, можно заметить, что спектральная характеристика везикулярного шума на всём интервале частот не превышает значения 0.03, в то время как для бронховезикулярного шума эта характеристика на средних частотах стремится к 0.04.

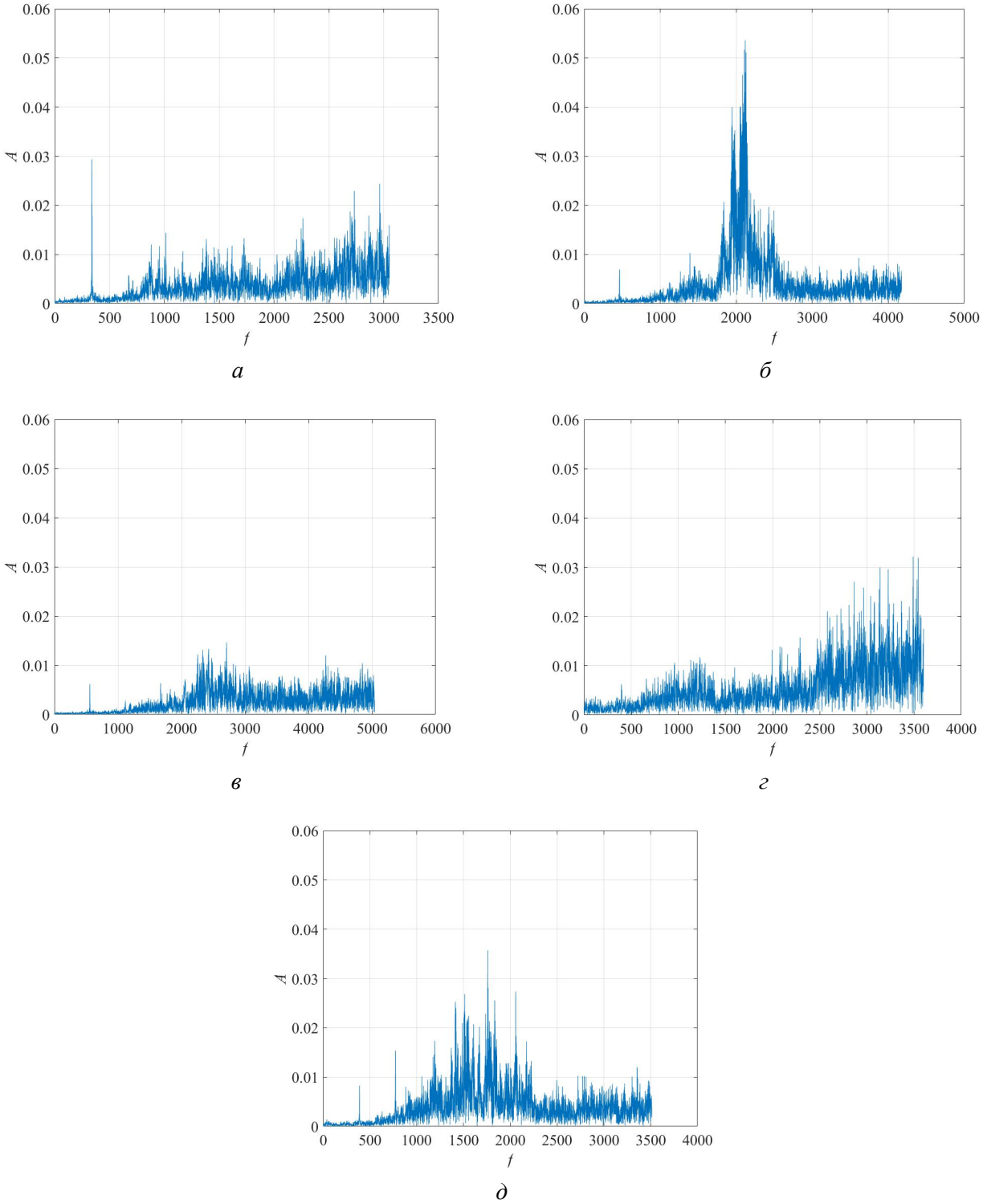


Рис. 3. Спектр мощности Фурье: *а* – везикулярные шумы; *б* – свистящий хрип; *в* – влажный хрип; *г* – бронхиальный шум; *д* – бронховезикулярный шум.

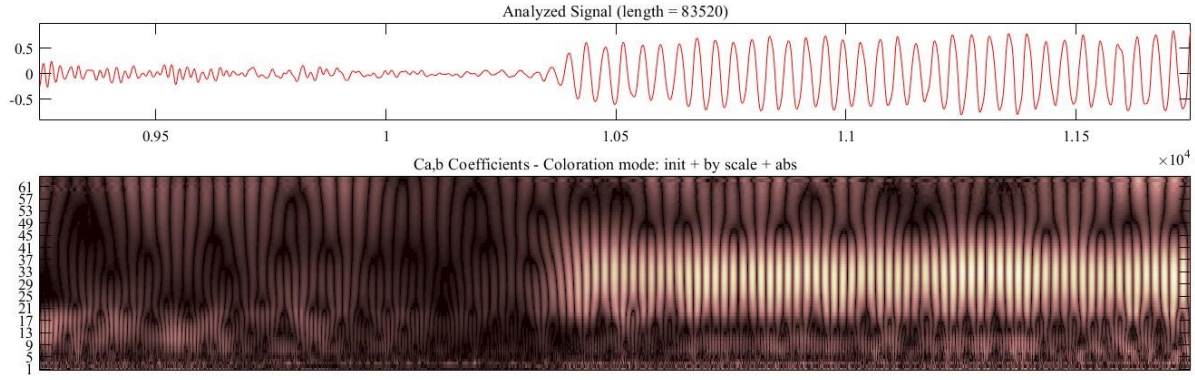
Спектр мощности для бронхиального шума на больших частотах достигает значения 0.03. Но это ниже, чем промежуточный дыхательный шум. Свистящие хрипы считаются относительно высо-

кочастотными из-за частичного закупоривания или сужения дыхательных путей. Амплитуда частоты в таком случае, как показано на рис. 3 *б*, заметно выше.

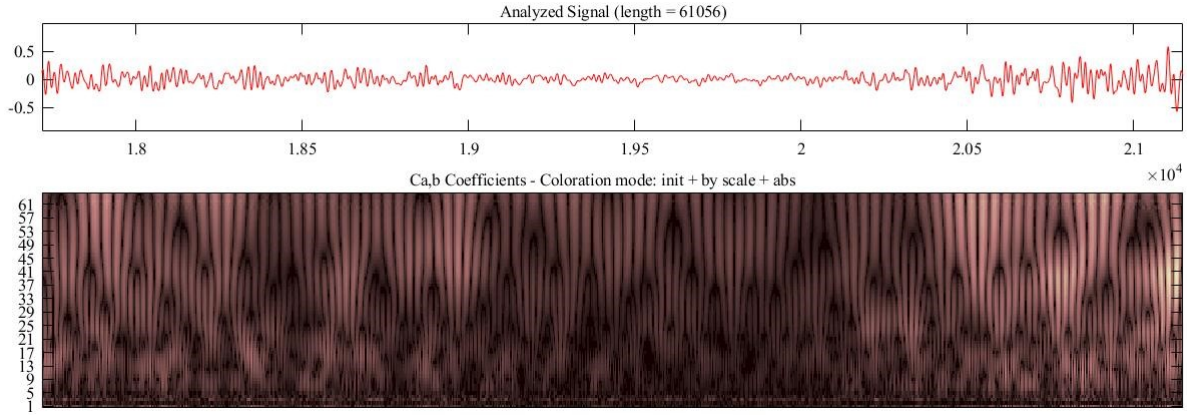
Для проведения вейвлет-анализа в качестве объектов были выбраны свистящий хрип и везикулярный шум, чтобы рассмотреть на частотно-временном разрешении различия между нормальным и анормальным дыханием. Для частичного анализа были взяты интервалы перехода вдоха в выдох. В качестве базисного вейвлета использовался вейвлет Морле.

На рис. 4 представлены фрагменты временных рядов и проекция коэффициентов вейвлет-преобразования на оси: параметр смещения по времени *b* – ось абсцисс и масштабный коэффициент *a* – ось ординат. Малые значения параметра *a* соответствуют высокочастотным компонентам.

Можно заключить, что на всем рассматриваемом временном промежутке в обоих сигналах присутствуют и высокочастотные и низкочастотные компоненты. Однако для свистящего хрипа во второй части наблюдаемого диапазона характерна ярко выраженная полоса, на которой не наблюдается деления масштабов (характерных «вилочек»), спектр имеет здесь строгий «линейчатый» характер.



а



б

Рис. 4. Анализируемые сигналы и результат вейвлет-преобразования:
а – свистящий хрип, *б* – везикулярный шум.

2.3. Фрактальный анализ

На рис. 5 – пример визуализации логарифмической зависимости размаха от длины периодов, вычисленной с помощью метода *R/S* – анализа, для сигнала, соответствующего влажному хрипу (*D*=1.72). В целом при анализе всех видов шумов можно отметить, что только для везикулярного шума наблюдается наименьшее отклонение от аппроксимирующей прямой, для всех остальных видов

шумов разброс достаточно существенный. Это свидетельствует о низком потенциале применения метода Херста для анализа дыхательных шумов на всем временном диапазоне. Такой же вывод можно сделать относительно использования метода Фурье для расчета фрактальной размерности. Альтернативой используемой в практике анализа данных биомедицинских сигналов является оконное применение метода *R/S*-анализа [16].

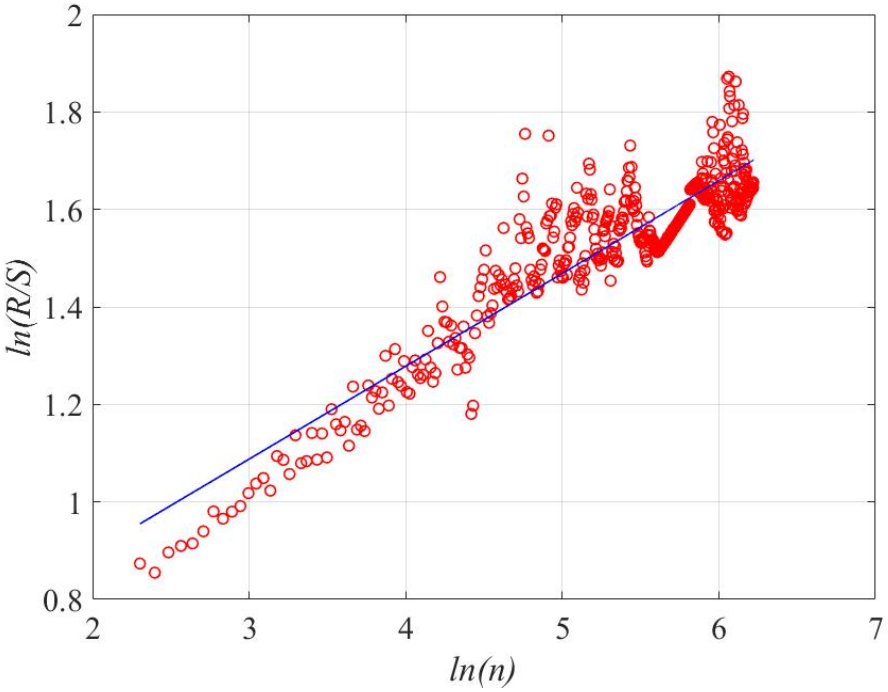
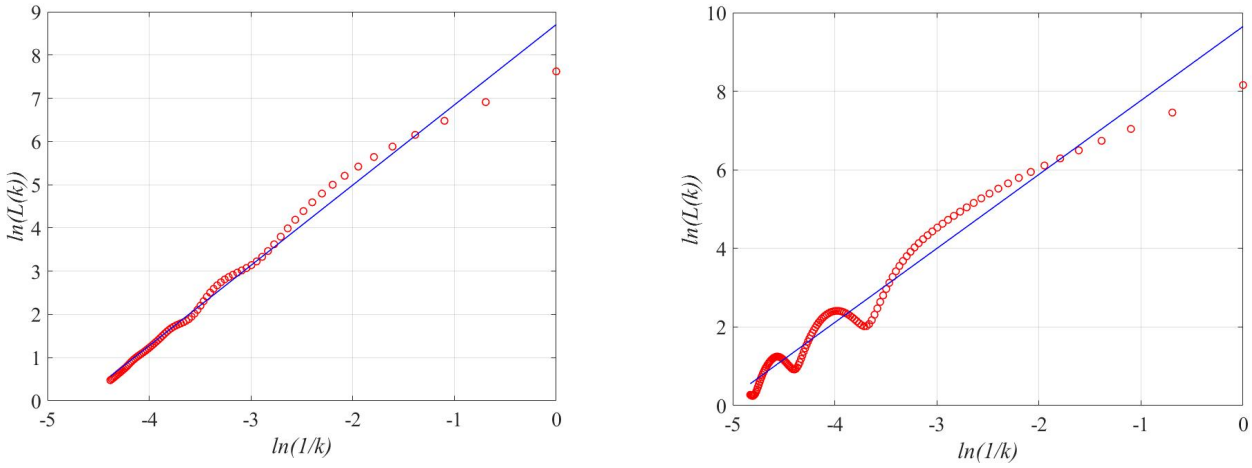


Рис. 5. Аппроксимация по методу *R/S*-анализа для данных, соответствующих влажному хрипу.

Рассмотрим результаты, полученные при анализе методом Хигучи. На рис. 6 показана визуализация логарифмической зависимости длины кривой от обратного значения *k* на примере везикулярного шума и свистящего хрипа. Можно отметить, что график данной зависимости для свистящего шума (рис. 6 *б*) отличается от остальных некоторым спиралевидным поведением. Для всех остальных видов шумов зависимости приближены к линейным, отклонение от аппроксимирующей зависимости незначительно.



а *б*

Рис. 6. Аппроксимация по методу Хигучи: *а* – везикулярные шумы; *б* – свистящий хрип.

В табл. 2 приведены значения фрактальных размерностей, полученных методом Хигучи при анализе дыхательных шумов. Все виды легочных шумов обнаруживают антиперсистентное поведение (показатель Херста лежит в диапазоне [0.07, 0.16]), которое характеризуется быстрой изменчивостью и отсутствием долговременной памяти. Наибольшее значение фрактальной размерности соответствует бронхиальному шуму.

Таблица 2

Значения фрактальных размерностей, вычисленные методом Хигучи, для различных видов дыхательных шумов

Тип шума	Фрактальная размерность
Везикулярный шум	1.8572
Свистящий хрип	1.8831
Влажный хрип	1.9086
Бронхиальный шум	1.9313
Бронховезикулярный шум	1.8424

Таким образом, в диагностическом плане для исследования особенностей дыхательных шумов на всем временном диапазоне метод Хигучи из числа рассмотренных является достаточно перспективным. Альтернативно требует дополнительного рассмотрения поведение фрактальной размерности, установленной методом Хигучи на частичных интервалах, характеризующих вдох и выдох. Кроме того, выявленные особенности вейвлет-спектров сигналов, свидетельствуют о возможном потенциале применения метода мультифрактального вейвлет-анализа исследуемых биомедицинских сигналов.

Заключение

Таким образом, в работе изложены результаты применения классических методов фрактального и спектрального анализа для исследования различных видов дыхательных шумов (везикулярный шум, свистящий хрип, влажный хрип, бронхиальный шум, бронховезикулярный шум). Установлено, что наиболее амплитудный по частоте свистящий хрип, по данным вейвлет-анализа, в переходной фазе (вдох-выдох) характеризуется наличием полосы с отсутствием деления масштабов. Все остальные сигналы включают низкочастотные и высокочастотные компоненты на всем выделенных диапазонах. В части использования методов фрактального анализа выявлено, что на всем временном диапазоне достаточно эффективно работает метод Хигучи, который позволяет численно характеризовать структуру сигналов. Наибольшая фрактальная размерность соответствует бронхиальному шуму. Перспективу дальнейших исследований составляют методики мультифрактального анализа дыхательных шумов в целях практического применения дополнительных функциональных диагностик, позволяющих прогнозировать осложнения заболеваний органов дыхания.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № 122082400001-8.

1. Кубланов, В.С., Борисов, В.И., Долганов, А.Ю. Анализ биомедицинских сигналов в среде MATLAB: учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. – 120 с.

2. Raj, V., Renjini, A., Swapna, M.S. et al. Nonlinear time series and principal component analysis: potential diagnostic tool for COVID-19 auscultation // Chaos, Solitons & Fractals. – 2020. – P. 8. DOI: 10.1016/j.chaos.2020.110246.

3. Medscape. https://emedicine.medscape.com/article/1894146-overview#a3. Accessed 5 Feb 2022

4. Swapna, M.S., Renjini, A., Raj, V. et all. Time series and fractal analyses of wheezing: a novel approach // Phys Eng Sci Med. – 2020. – V. 43. – P. 1339–1347. DOI: 10.1007/s13246-020-00937-5.

5. Вовк, И.В., Гринченко, В.Т., Мацыпура, В.Т. Природа шумов дыхания и их мультифрактальные свойства // Акустический журнал. – 2013. – Т. 59, № 5. – С. 636–647.

6. Масловская, А.Г., Осокина, Т.Р., Барабаш, Т.К. Применение фрактальных методов для анализа динамических данных // Вестник Амурского государственного университета. Серия «Естественные и экономические науки», – 2010. – №51. – С. 13–20.

7. Афанасов, Л.С., Масловская, А.Г. Применение методов частотно-временного и мультифрактального анализа для исследования динамических характеристик солнечной активности // Вестник Амурского государственного университета. Серия «Естественные и экономические науки», – 2019. – №87. – С. 29–33.

8. Cervantes-De la Torre, F., González-Trejo, J.I., Real-Ramírez, C.A., Hoyos-Reyes, L.F. Fractal dimension algorithms and their application to time series associated with natural phenomena // Journal of Physics: Conference Series 475. – 2013. – P. 012002(12).

9. Кроновер, Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.

10. Kantelhardt, Jan W. Fractal and multifractal time series. Institute of Physics: Martin-Luther-University, 2008. – 59 p.

11. Астафьева, Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук, 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1145–1170.

12. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

13. Антипов, О.И., Богданов, А.А. Применение метода Хигучи для автоматизации определения эпилептиформной активности на полисомнограмме // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, – 2016. – Т. 19, №1. – С. 59–63.

14. Wanliss, J.A., Wanliss, G.E. Efficient calculation of fractal properties via the Higuchi method // Nonlinear Dynamics – 2022. – V. 109. – P. 2893–2904.

15. Катилов, А.В., Зайков, С.В., Макаров, С.Ю., Дмитриев, Д.В., Лайко, Л.И. Аускультация легких – современная номенклатура дыхательных шумов [Электронный ресурс] // Health-ua.com. – 2016. – Т. 38. – №3. – URL: https://health-ua.com/article/5327-auskultatciya-legkih--sovremennaya-nomenklatura-dyhatelnyh-shumov (дата обращения: 22.03.2023).

16. Демин, С.А., Галимзянов, Б.Н., Панишев, О.Ю. Анализ персистентных и антиперсистентных корреляций в биомедицинских сигналах // Успехи современной радиоэлектроники. – 2011. – №5. – С. 61–71.