

УДК 629.7.022

**Беляков Андрей Алексеевич**

Институт авиационной и ракетно-космической техники

Самарского университета,

г. Самара, Россия

*E-mail:* [jake.dunn@inbox.ru](mailto:jake.dunn@inbox.ru)**Шулепов Александр Иванович**

Институт авиационной и ракетно-космической техники

Самарского университета,

г. Самара, Россия

*E-mail:* [shulepov-al@mail.ru](mailto:shulepov-al@mail.ru)**Belyakov Andrey Alekseevich**

Institute of Aeronautical and Rocket and Space Technology

of Samara University,

Samara, Russia

*E-mail:* [jake.dunn@inbox.ru](mailto:jake.dunn@inbox.ru)**Shulepov Alexander Ivanovich**

Institute of Aeronautical and Rocket and Space Technology

of Samara University,

Samara, Russia

*E-mail:* [shulepov-al@mail.ru](mailto:shulepov-al@mail.ru)**ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕГУЛЯРНОЙ ЗОНЫ РАЗМЕЩЕНИЯ  
БАЛАНСИРОВОЧНЫХ ГРУЗОВ В ОТСЕКЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА****TOPOLOGICAL METHODS FOR DETERMINING THE REGULAR ZONE OF PLACEMENT OF  
BALANCING WEIGHTS IN A SPACECRAFT COMPARTMENT**

*Аннотация.* Целью исследования является предложение, обоснование и адаптация программируемых методов, пригодных для решения задачи определения геометрии регулярной зоны размещения балансировочной массы на внутренней поверхности корпуса отсека космического аппарата. В статье приводятся математические модели, поэтапно описывающие данный процесс. представлены пояснительные рисунки, дающие наглядное представление описываемой технологии. В результате разработана методика выявления местных габаритных ограничений и определения активной зоны размещения балансировочных грузов с учетом центровки отсека.

*Abstract.* The goal of the research is to propose, substantiate and adapt programmable methods suitable for solving the problem of determining the geometry of a regular zone for placing a balancing mass on the inner surface of the body of the spacecraft compartment. In the article mathematical models that describe this process in stages have been presented. Explanatory drawings have also been shown, giving a visual representation of the described technology. As a result, a methodology has been developed for identifying local overall restrictions and determining the active zone for placing balancing weights, taking into account the alignment of the compartment.

*Ключевые слова:* балансировочный груз, топология, отсек, компоновка, размещение.

*Key words:* balancing weight, topology, spacecraft compartment, layout, arrangement.

### Введение

Балансировочные грузы (БГ) применяются в тех случаях, когда требуется привести положение центра масс (ЦМ) компоновки бортовой аппаратуры (БА) в точку ЦМ отсека космического аппарата (КА) при невозможности сделать это с помощью смещений БА. С точки зрения повышения производительности балансировочных работ необходимо разработать модели и алгоритмы для другой, не менее важной задачи – определения геометрии регулярной зоны размещения БГ, выступающей в качестве габаритных ограничений для первой задачи. Этому вопросу посвящается данная статья. Цель работы состоит в предложении и адаптации под задачу размещения нескольких вариантов топологических технологий, чья эффективность была доказана в других сферах. Для этого требуется их рассмотреть и описать принципы функционирования.

### Основные положения

Форма корпуса отсека КА, как правило, является поверхностью второго порядка и может быть описана уравнением вида [1]:

$$U^T AU + 2bU + a_{44} = 0, \quad (1)$$

где  $U = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T$  – вектор координат точек на поверхности отсека;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ – аффиноор коэффициентов квадратичной части уравнения;}$$

$$b = [a_{14} \quad a_{24} \quad a_{34}]^T \text{ – вектор коэффициентов линейной части уравнения;}$$

$$a_{jk} : j, k = \overline{1, 4} \text{ – некоторые коэффициенты уравнения поверхности отсека.}$$

Точка установки балансировочной массы является местом пересечения поверхности отсека с прямой центровки, проходящей через точку ЦМ компоновки и точку ЦМ конструкции отсека КА [2], как это показано на рис. 1.

Координаты размещения балансировочной массы, состоящей из БГ, могут быть найдены следующим образом:

$$r_{БГ} = r_{ЦМ} + (r_{ЦМ} - r) \lambda, \quad (2)$$

где  $r_{БГ} = [x_{БГ} \quad y_{БГ} \quad z_{БГ}]^T$  – вектор положения ЦМ балансировочной массы;

$$r_{ЦМ} = [x_{ЦМ} \quad y_{ЦМ} \quad z_{ЦМ}]^T \text{ – вектор положения ЦМ конструкции отсека КА;}$$

$$r = [x \quad y \quad z]^T \text{ – вектор положения ЦМ компоновки БА;}$$

$\lambda$  – некоторый параметр уравнения прямой центровки.

Для нахождения точки размещения балансировочной массы на поверхности отсека из совместного решения уравнений (1) и (2) определяется параметр  $\lambda$ . Из двух корней принимается тот, значение которого лежит в направлении нормали прямой от  $r$  к  $r_{ЦМ}$ . Если корпус отсека имеет форму многогранника, то решается задача определения параметра для пересечения прямой центровки с плоскостью выбранной грани. Затем этот параметр подставляется обратно в уравнение (2) и находятся координаты размещения балансировочной массы.

Дальнейший вопрос, который подлежит рассмотрению, заключается в том, что надо определить геометрию границ регулярной зоны размещения балансировочной массы.

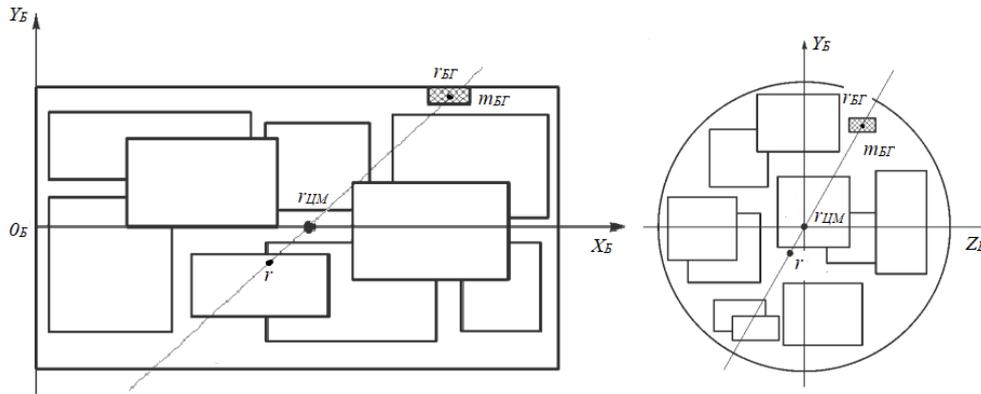


Рис. 1. Схема установки балансирующей массы в цилиндрическом отсеке.

### Метод Грэхема на быстрой оболочке

Идея метода состоит в том, чтобы спроецировать вершины близких установленных приборов на плоскость, параллельную боковой поверхности корпуса отсека в месте пересечения с прямой центровки, и описать по ним выпуклую двумерную оболочку, которую затем разбить на части по числу локальных концентраций точек. Каждое такое скопление описать выпуклым многогранником, в результате чего все внешние области считаются не занятыми. Таким образом, алгоритм Грэхема в сочетании с алгоритмом быстрой оболочки позволяет выделить свободные зоны для случая, когда основное пространство заблокировано и плитки БГ не могут быть установлены в точки с координатами, рассчитанными непосредственно по уравнению (2). Построение описанной регулярной зоны размещения БГ осуществляется в два этапа.

На первом этапе среди всех вершин БА выбирается самая нижняя левая. Далее вершины сортируются в порядке возрастания полярного угла против часовой стрелки относительно выбранной точки. Если полярные углы нескольких вершин совпадают, то делается сортировка по возрастанию пространственного расстояния от выбранной точки до них. Так последовательно проходятся все точки для выявления факта, что тройка вершин на текущей итерации образует левый поворот согласно условию [3]:

$$\begin{aligned} \delta r = \det(\delta r_{i+1} - \delta r_i) &= \begin{vmatrix} x_i - x_{i-1} & y_i - y_{i-1} \\ x_{i+1} - x_i & y_{i+1} - y_i \end{vmatrix} = \\ &= (x_i - x_{i-1})(y_{i+1} - y_i) - (x_{i+1} - x_i)(y_i - y_{i-1}) \geq 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\delta r_i = [r_{i-1} \quad r_i]^T$  – вариация опорной вершины в связанной с проективной плоскостью системе координат;

$\delta r_i = [r_i \quad r_{i+1}]^T$  – вариация определяемой вершины в связанной с проективной плоскостью системе координат;

$r_{i-1} = [x_{i-1} \quad y_{i-1}]$  – вектор координат опорной вершины в связанной с проективной плоскостью системе координат;

$r_i = [x_i \quad y_i]$  – вектор координат трансверсальной вершины в связанной с проективной плоскостью системе координат;

$r_{i+1} = [x_{i+1} \quad y_{i+1}]$  – вектор координат определяемой вершины в связанной с проективной плоскостью системе координат.

При проверке условия (3) находятся точки, лежащие правее трансверсальной точки на каждой итерации. По завершении обхода получается выпуклая оболочка. На рис. 2 дана визуализация этого процесса.

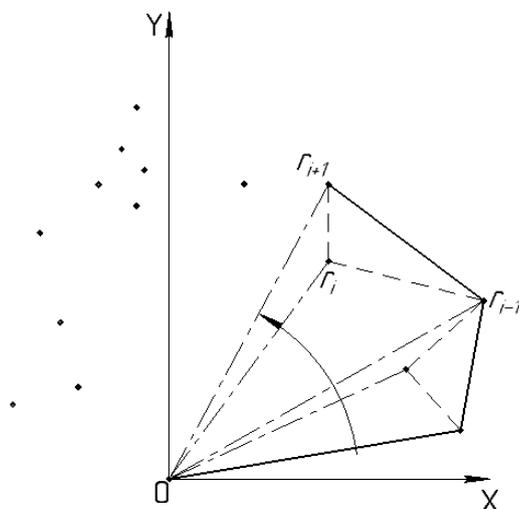


Рис. 2. Пояснение к работе алгоритма Грэхема.

На втором этапе вершины приборов, оказавшиеся внутри описанного многоугольника, локализируются в областях помех. Сначала, как уже говорилось, вся область разбивается на подобласти по количеству концентраций вершин на плоскости при заданной дисперсии. Затем в подобласти находятся вершины с минимальной и максимальной абсциссой в системе координат, связанной с проективной плоскостью, через которые проводится прямая. Далее по обе стороны от нее находятся наиболее удаленные вершины – к ним проводятся прямые из исходных вершин. Эта операция повторяется до тех пор, пока по одну сторону от каждой прямой не останется ни одной вершины. Соединением найденных на каждой итерации наиболее удаленных вершин образуется контур области помех. Алгоритм повторяется для каждой подобласти. На рис. 3 приведена визуализация этого процесса.

В результате полученная за вычетом областей помех поверхность корпуса отсека КА является активной зоной размещения БГ в рамках общей выделенной регулярной зоны.

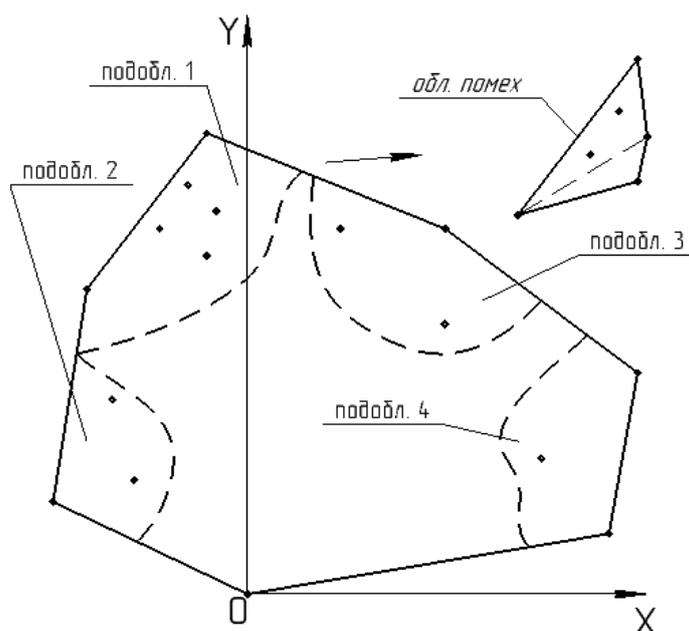


Рис. 3. Пояснение к работе алгоритма быстрой оболочки.

### Метод Джарвиса

В контексте данной задачи для полученной площади покрытия строится выпуклый многогранник на плоскости боковой стенки отсека по спроецированным вершинам путем отображения их координат из связанной с проективной плоскостью системы координат в базовую систему координат КА. Это позволяет сделать возврат из плоской задачи размещения в пространственную на случай поверхности второго порядка для корпуса отсека КА.

Алгоритм Джарвиса по назначению аналогичен алгоритму Грэхема, но решается он не с помощью проверки условия (3), а по критерию минимума косинуса угла с вершиной в трансверсальной точке на каждой итерации, что можно записать в координатах:

$$\cos v_{i+1} = (x_{i+1} - x_i)(x_{i-1} - x_i) + (y_{i+1} - y_i)(y_{i-1} - y_i) + (z_{i+1} - z_i)(z_{i-1} - z_i) \rightarrow \min. \quad (4)$$

Следовательно, вершины регулярной зоны с одной стороны соединяются с началом базовой системы координат КА, а с другой продолжаютс свободным вектором до стенки отсека. Задаваясь для каждой из них на оболочке границами поиска и шагом, можно найти точку восстановления по критерию (4). Очевидно, что универсальным решением будет развернутый угол, но этот случай является идеальным. Как уже говорилось, далеко не всегда удастся разместить плитки в точки с координатами, найденными по уравнению (2). И даже если методом Грэхема на быстрой оболочке структура регулярной зоны размещения была уточнена относительно близко расположенной БА, то на корпусе отсека еще остается силовой набор и крепеж, также препятствующий размещению балансировочной массы. Вот почему метод Джарвиса полезен, чтобы дополнительно корректировать эту регулярную зону. Таким образом, окончательно решение приобретает вид, показанный на рис. 4.

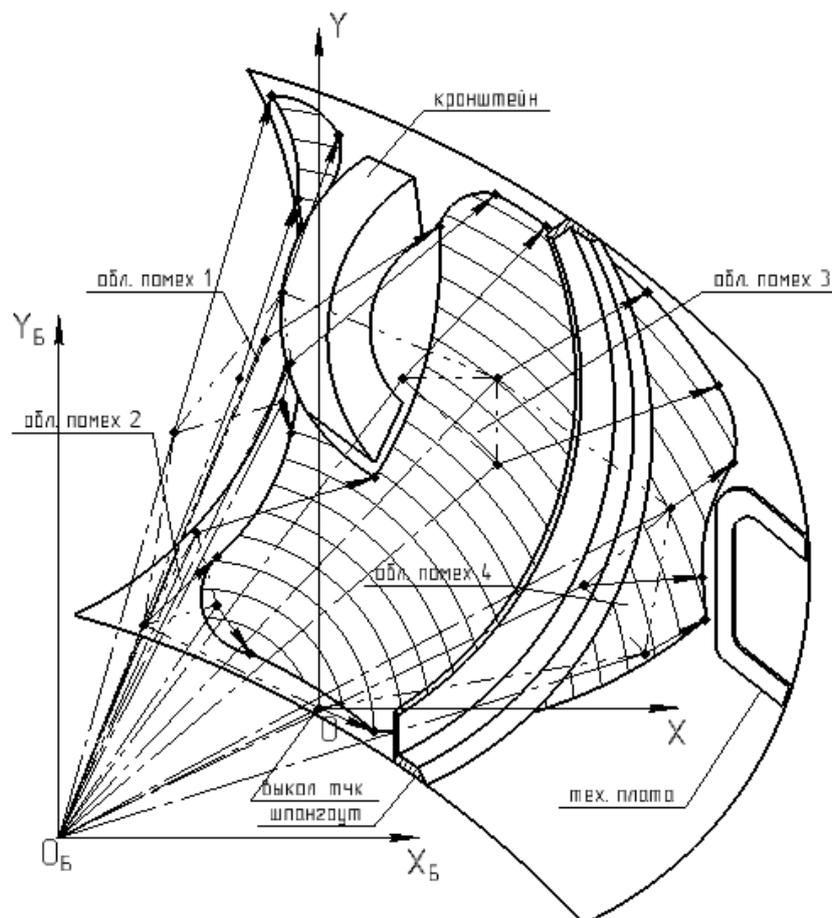


Рис. 4. Пояснение к работе алгоритма Джарвиса.

### Анализ результатов

На рис. 4 получена активная регулярная зона размещения балансировочной массы. Для полученной по методу Грэхема на быстрой оболочке проективной плоскости ортогональные проекции вершин областей помех могут накладываться на элементы крепежа и силового набора отсека. Также в принципе не попадать в область общей регулярной зоны размещения. Благодаря методу Джарвиса удается «вернуть» их и получить контур габаритных ограничений, в пределах которого надо установить все БГ. Стоит отметить, что таких зон может быть несколько, если в одной зоне технически невозможно разместить все плитки, так как их масса ограничена, равно как и площадь активной регулярной зоны размещения и расстояние от нее до ближайших приборов. В таком случае используются оба корня уравнения (1) для отыскания координат второй зоны.

Упрощенная схема с рис. 4 визуализирована в виде твердотельной модели и показана на рис. 5. БА, технологические платы и кронштейны погашены, чтобы не перекрывать вид.

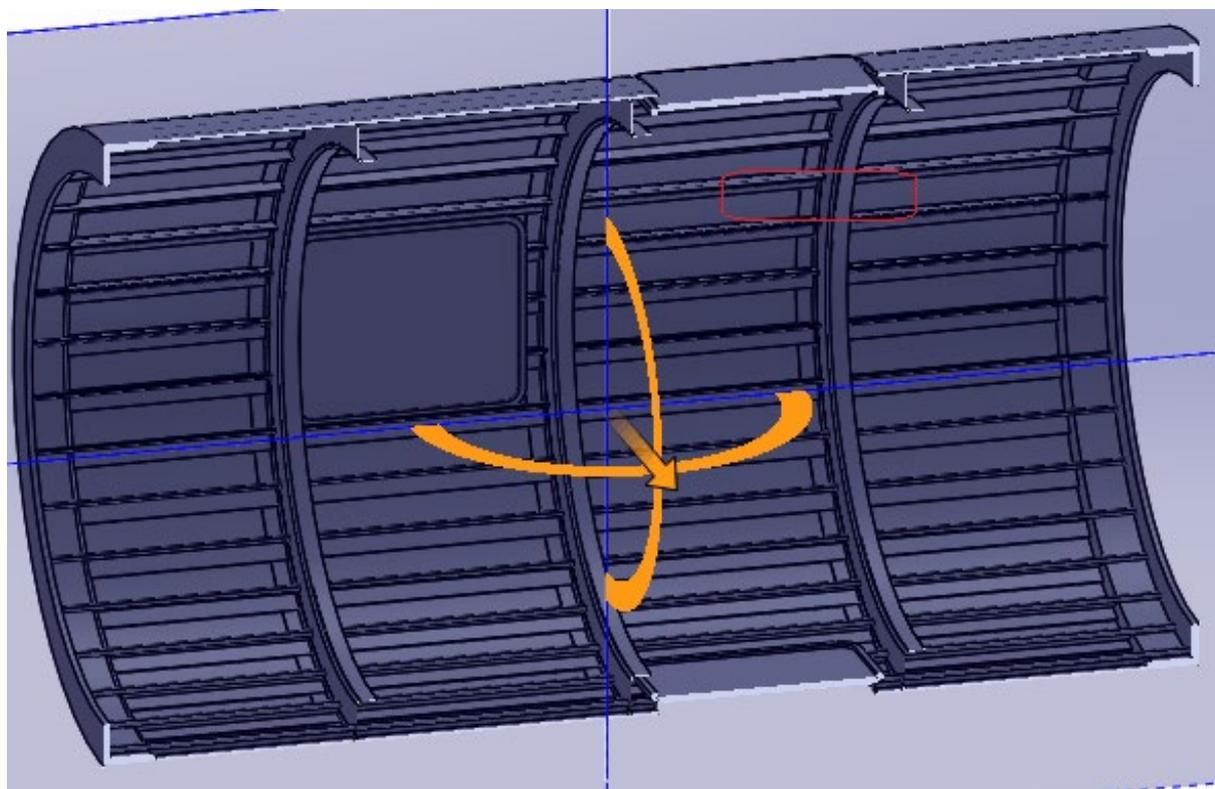


Рис. 5. Твердотельная модель отсека в разрезе.

Для взятого в качестве примера стрингерного отсека КА регулярная зона размещения балансировочной массы выделена красным цветом. Конечно, ее размеры могут быть больше, и тогда свой вклад в габаритные ограничения внесут продольный силовой набор и окантовка монтажного люка.

### Заключение

По предложенным и адаптированным методам Грэхема на быстрой оболочке и Джарвиса для решения задачи определения габаритных ограничений регулярной зоны размещения балансировочной массы на внутренней поверхности корпуса отсека КА получена методика, автоматизирующая этот процесс и дополняющая основной алгоритм автоматизированного размещения плиток БГ, который на данный момент проходит отладку. На приведенных рисунках наглядно показано, как выглядит процесс и результат исследованной процедуры. В статье не приводились листинги шаблонов кода для рассмотренных алгоритмов, потому что они довольно объемны и доступны в литературе [3]. Та-

ким образом, предложенные модели могут быть использованы в профильном отделе конструкторского бюро, в котором занимаются контролем массово-центровочных и инерционных характеристик КА.

---

1. Шулепов, А.И., Лу Цзя. Об одной задаче размещения грузов в спускаемом аппарате // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Сб. трудов XVII Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Часть I. – Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2015. – С. 187-190.

2. Туманов, А.В. Основы компоновки бортового оборудования космических аппаратов : учеб. пособие / А.В. Туманов, В.В. Зеленцов, Г.А. Щеглов. – Изд.3-е, испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. – 572 с. ISBN 978-5-7038-4811-1.

3. Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн. Алгоритмы: построение и анализ. – М.: Вильямс, 2013. – 1328 с. ISBN 978-5-8459-1794-2.