

зультатам появится возможность проанализировать перспективы дальнейшего развития кластерного анализа. В работе осуществлены все этапы обработки больших данных текстовой информации, начиная с этапа предварительной обработки и до момента графического отображения, что также ново.

Практическая значимость результатов работы актуальна из-за стремительного развития электронного обучения во всем мире. Определение наиболее подходящих методов анализа, фреймворков, стемера и других инструментов позволит обработать эти данные быстрее и уменьшить число ошибок.

Применение технологии больших данных даст возможность педагогам и сотрудникам образовательных учреждений получать актуальную информацию об обучающихся и реагировать на изменения процесса обучения, а в результате – прогнозировать популярность определенного вида деятельности, вносить изменения в учебный контент.

1. Благирев, А. Big data простым языком. – М.: АСТ, 2019.
2. Исофатов, К.А. Кластерный и интеллектуальный анализ текстовой информации. Основные понятия и проблемы. – <http://econf.rae.ru/pdf/2011/03/120.pdf>
3. Корнев, М.С. История понятия «Большие данные»(Big data): словари, научная и деловая периодика. – <https://cyberleninka.ru/article/n/istoriya-ponyatiya-bolshie-dannye-big-data-slovari-nauchnaya-i-delovaya-periodika/viewer>
4. Мамедова, Г.А, Зайналова, Л.А, Меликова, Р.Т. Технологии больших данных в электронном образовании. – <https://cyberleninka.ru/article/n/tehnologii-bolshih-dannyh-v-elektronnom-obrazovanii/viewer>
5. Обзор алгоритмов кластеризации данных. – <https://habr.com/ru/post/101338/>
6. Тюрин, А.Г, Зуев, И.О. Кластерный анализ, методы и алгоритмы кластеризации. – <https://rtj.mirea.ru/upload/medialibrary/fba/09-tyurin.pdf>

УДК 519.62, 57.034

**В.В. Сельвинский, С.А. Журавлёв**

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ СЕРДЦА И НЕРВНЫХ ИМПУЛЬСОВ**

*В данной статье рассматриваются известные модели Зимана биений сердца и распространения нервных импульсов. Обе модели имеют как общие свойства, так и существенные различия. В статье исследуется влияние параметров указанных биологических процессов, таких как чувствительность, величина электрохимического импульса, на форму и частоту сердцебиений, амплитуду удлинения мышечного волокна. Исследование моделей проводится в пакете MathCad.*

*Ключевые слова: биение сердца, нервный импульс, математическая модель, дифференциальные уравнения, MathCad.*

### **SIMULATION OF HEART AND NERVOUS PULSES**

*This article discusses the known models of Zeeman heart beat and propagation of nerve impulses. Both models have both common properties and significant differences. The paper explores the effect of parameters of said biological processes, such as sensitivity, magnitude of electrochemical pulse, on heart rate, amplitude of muscle fiber elongation and electrochemical potential. Model research is carried out in a MathCad package.*

*Key words: heart beat, nerve impulse, mathematical model, differential equations, MathCad.*

DOI: 10/22250/jasu.8

Сердце – важнейшая составная часть любого теплокровного организма, оно обеспечивает его жизнедеятельность достаточно продолжительное время – от рождения и до умирания. Вопросам функционирования сердечно-сосудистой системы посвящено огромное количество работ отечественных и зарубежных авторов, специалистов в области медицины, химии, биологии.

В данной работе рассматриваются чисто механические аспекты сердечных сокращений, а также формирования нервных импульсов, хотя мотивы для конструирования соответствующих математических моделей, безусловно, опираются на происходящие при этом химические и биологические процессы.

Известно, что рабочий цикл сердечной мышцы состоит из быстрого сокращения (систола), инерционной паузы на переключение, затем следует быстрое расслабление (диастола), опять инерционная пауза на переключение, далее опять следует быстрое сокращение, и циклы повторяются. Данный процесс описывается двумерной моделью Зимана, представленной в работе [1]:

$$\varepsilon \dot{x} = x - x^3 - b, \quad \dot{b} = x - x_0, \quad (1)$$

где  $x$  – удлинение мышечного волокна;  $b$  – характеристика электрохимического стимулирования сердечных сокращений (потенциал);  $\varepsilon \ll 1$  – малый параметр реакции мышечного волокна на электрохимическое воздействие (всюду по ходу вычислений полагаем  $\varepsilon = 0.001$ ).

Фазовый портрет системы (1) содержит одну особую точку  $E$  с координатами

$$x = x_0, \quad b = b_0 = x_0 - x_0^3.$$

Наличие малого параметра  $\varepsilon$  в первом уравнении системы (1) придает переменной  $x$  способ-

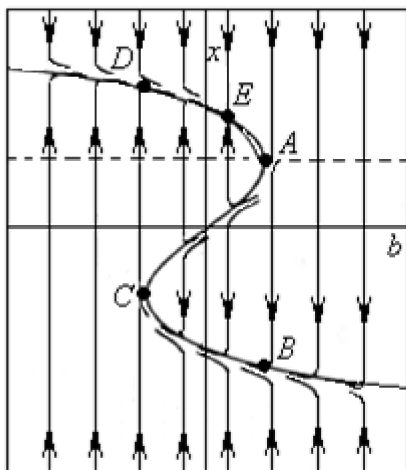


Рис. 1. Фазовый портрет динамической системы (1).

ность быстро изменяться по сравнению с переменной  $b$ . Это свойство проявляется тем сильнее, чем дальше находится изображающая точка  $(x, b)$  от кривой  $b = x - x^3$  на фазовой плоскости (рис. 1). Поэтому в удалении от кривой  $b = x - x^3$  фазовые траектории почти параллельны оси  $x$ ; в окрестности этой кривой они изгибаются в сторону возрастания  $b$  при  $x > x_0$ , в сторону убывания  $b$  – при  $x < x_0$ . Также в правой верхней части фазового портрета – там, где  $b > x - x^3$ , изображающая точка  $(x, b)$  будет перемещаться преимущественно вниз вдоль фазовых траекторий, в левой верхней части, где  $b < x - x^3$  – вверх.

Сделанные замечания допускают возможность существования цикла типа  $EABCDE$  при условии, что изображающая точка  $(x, b)$ , попадая в некоторую  $\delta$ -окрестность особой

точки  $E(x_0, b_0)$ , далее получает импульс  $\Delta b > 0$ , достаточный для ее выхода в окрестность точки  $A$ , а далее вдоль фазовой траектории через положения, близкие к  $B, C, D$  и опять  $E$ . В данном случае размер  $\delta > 0$  можно трактовать как чувствительность организма на состояние замирания мышечного волокна, в том смысле, что чем меньше  $\delta$ , тем выше чувствительность. Таким образом, основными параметрами исследуемого процесса являются чувствительность  $\delta$  и электрохимический импульс

$\Delta b$ , а основными характеристиками процесса могут быть частота  $k$  и амплитуда  $A_x$  мышечных сокращений, амплитуда изменения электрохимического потенциала  $A_b$ , а также форма этих колебаний.

Главный интерес представляет адекватность данной модели особенностям реального процесса. С этой точки зрения основное внимание следует уделять относительным значениям величин, характеризующих исследуемый процесс; абсолютным значениям можно не придавать конкретного смысла.

На рис. 2-4 представлены результаты численных исследований указанных зависимостей в пакете Mathcad. В расчетах использовались встроенная подпрограмма интегрирования дифференциальных уравнений `rkfixed`, а также графические возможности пакета Mathcad.

На рис. 2 представлены характерные формы сердечного цикла в зависимости от положения особой точки  $E(x_0, b_0)$  при условии, что импульс  $\Delta b$  достаточно велик – настолько, что обеспечивает вылет траектории цикла в начале (пунктирная линия) и далее за гребень волны кубической параболы  $b = x - x^3$ .

На рис. 2а, 2б особая точка  $E$  является устойчивой (это нетрудно проверить после линеаризации системы (1) при  $x > 1/\sqrt{3}$ ), изображающая точка, попадая в  $\delta$ -окрестность точки  $E$ , получает импульс  $\Delta b > 0$  и попадает в положение  $A$ , далее по циклу  $BCDE$ . Циклы 2а, 2б отличаются участками  $DE$ , где происходит медленное сокращение 2а или расслабление 2б мышечного волокна, а также сравнительно медленный рост 2а или падение 2б электрохимического потенциала.

На рис. 2в особая точка  $E$  является неустойчивой ( $|x| < 1/\sqrt{3}$ ). В этом случае изображающая точка, покидая окрестность точки  $E$ , далее перемещается по циклу  $ABCD$ , без дополнительных импульсов, за счет размеренного периодического изменения электрохимического потенциала. В случае 2г особая точка  $E$  является устойчивой ( $|x| > 1/\sqrt{3}$ ), изображающая точка, периодически попадая в окрестность точки  $E$ , за счет импульса  $\Delta b > 0$  выбрасывается в положение  $A$ , далее образуя неполный цикл  $ABE$ . Такой цикл естественно ассоциировать с понятием «конвульсия».

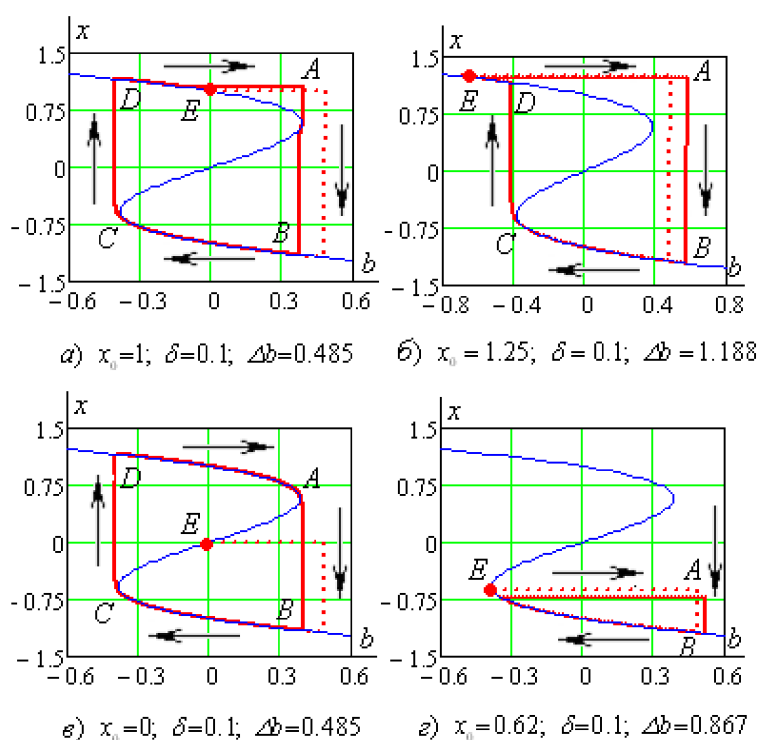


Рис. 2. Влияние положения особой точки на форму сердечного цикла.

Явление «конвульсии» можно наблюдать также в окрестности устойчивой особой точки  $E$  (рис.3а), когда порог чувствительности достаточно высок (при малых  $\delta > 0$ ), а электрохимический импульс  $\Delta b$  мал. Если порог чувствительности достаточно низок (при больших  $\delta > 0$ ), а электрохимический импульс  $\Delta b$  также мал, то в окрестности устойчивой особой точки  $E$  могут возникнуть дополнительные систолы типа  $A_1B_1E_1$  (рис.3б) при полном сердечном цикле  $EABCD$ .

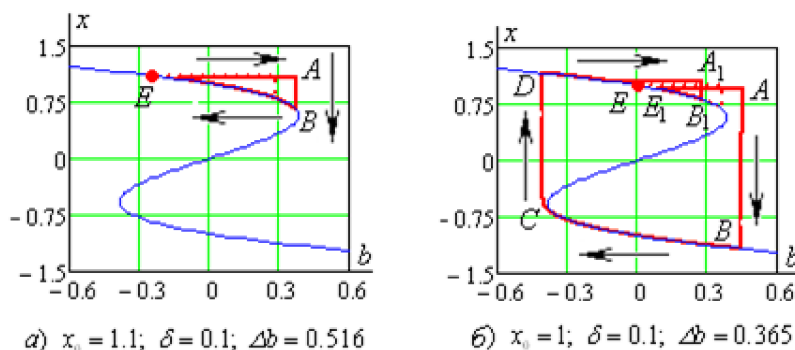


Рис. 3. Явление «конвульсии» и дополнительной систолы в окрестности устойчивой особой точки.

Важными характеристиками процесса сердцебиения являются также частота (пульс), амплитуда колебаний мышечного волокна. В результате обработки семейства решений системы (1) на рис. 4а-б представлены зависимости частоты  $k$  и амплитуды  $A_x$  от порога чувствительности  $\delta$ , а на рис. 4в – амплитудо-частотная характеристика сердцебиения. На основании анализа данных можно сделать вывод, что с понижением порога чувствительности ( $\delta$  возрастает) возрастает частота и уменьшается амплитуда колебаний мышечного волокна. Это согласуется с тем, что в основной массе у пожилых людей с возрастом повышается в среднем давление и слабеет сердцебиение.

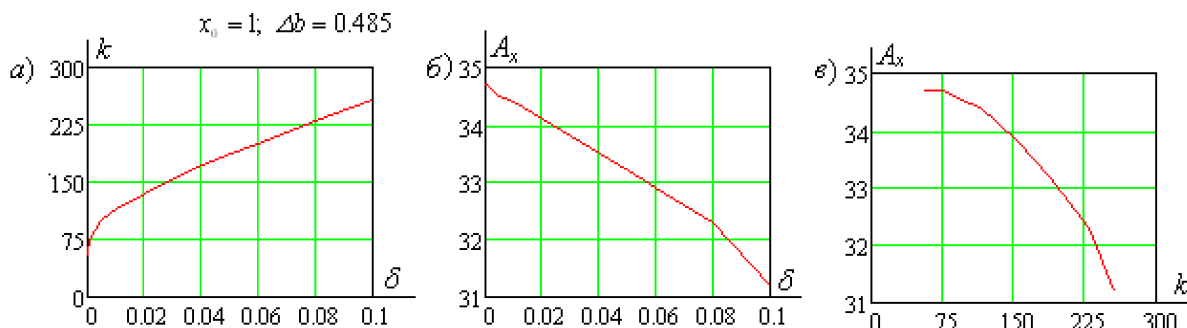


Рис. 4. Графики частоты и амплитуды колебаний мышечного волокна.

При передаче нервного импульса основную роль играет аксон – часть нервной клетки, химические процессы в которой вызывают формирование электрохимического импульса. Параметрами процесса являются показатели натриевой ( $-x$ ) и калиевой ( $a$ ) проницаемости поверхности аксона, а также разность потенциалов  $b$  на внешней и внутренней сторонах клеточной мембраны. При увеличении разности потенциалов на  $\Delta b$  показатель натриевой проницаемости ( $-x$ ) резко возрастает ( $x$  убывает), формируется импульс, затем изменение калиевой проницаемости  $a$  сравнительно медленно возвращает аксон в нейтральное состояние.

Такой процесс описывается трехмерной моделью Зимана:

$$\varepsilon \dot{x} = -(x^3 + ax + b), \quad \dot{a} = -2x - 2a, \quad \dot{b} = -a - 1, \quad (2)$$

где  $\varepsilon > 0$  – малая постоянная.

Система (2) имеет единственную устойчивую особую точку ( $x = 1, a = -1, b = 0$ ), в окрестности которой аксон приобретает спокойное состояние. Передача нервного импульса к сердцу также носит

циклический характер и может быть изображена фазовой траекторией в трехмерном фазовом пространстве  $(x, a, b)$  (рис. 5). Фазовая траектория изображающей точки состоит: из участка  $EA$ , на котором происходит резкое изменение разности потенциалов  $\Delta b$ ; из участка  $AB$ , на котором происходит резкое изменение показателя натриевой проницаемости  $(-x)$ ; из участка  $BCE$ , на котором происходит медленное изменение показателя калиевой проницаемости  $a$ , а также восстановление всех характеристик аксона в спокойном состоянии.

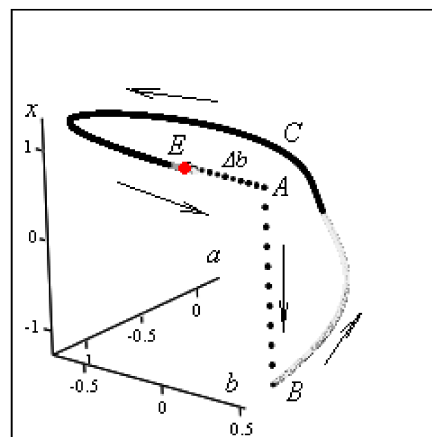


Рис. 5. Фазовая траектория цикла нервного импульса.

Как и для модели сердцебиения (1), здесь можно представить зависимости основных характеристик (частота  $k$ , амплитуды изменений  $A_x, A_a, A_b$ , формы) от чувствительности  $\delta$ , амплитудно-частотных характеристик, однако разумное толкование полученных результатов должно опираться на глубокое понимание электрохимических процессов.

На рис. 6 демонстрируются некоторые из указанных зависимостей.

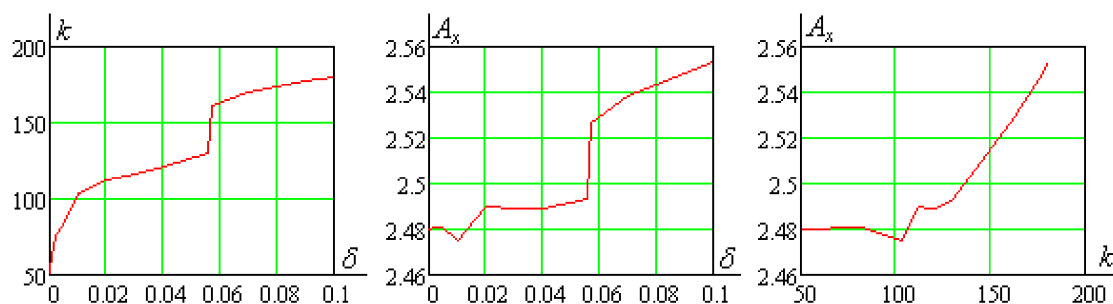


Рис. 6. Зависимости основных характеристик передачи нервного импульса.

Резкие скачки на графиках пока еще не получили своего объяснения, – возможно, здесь влияет специфика вычислительного процесса.

1. Эрроусмит, Д., Плейс, К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями / пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 243 с.