

УДК 51-71:004.67+523.982-355

Л.С. Афанасов, А.Г. Масловская

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОГО
И МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ**

Работа посвящена частотно-временному и мультифрактальному анализу сложных сигналов на примере астрономических данных солнечной активности. Проведена программная реализация алгоритма метода максимумов модулей коэффициентов вейвлет-преобразования в ППП Matlab. Разработана прикладная программа, позволяющая проводить комплексный анализ временных рядов на основе Фурье- и вейвлет-преобразований. Для рассмотренных динамических данных визуализированы спектральные характеристики: скелетон линий локальных экстремумов коэффициентов вейвлет-преобразования, скейлинговая экспонента и спектр сингулярностей.

Ключевые слова: временной ряд, вейвлет-анализ, мультифрактальные характеристики, метод максимумов модулей коэффициентов вейвлет-преобразования, скейлинговая экспонента, спектр размерностей.

Введение

В последние годы в различных приложениях возникают задачи, связанные с анализом данных, представленных временными рядами и обладающих меняющимся со временем спектральным составом. Центральной идеей подходов к решению таких задач является исследование изменения частотно-временных характеристик сигнала с использованием базиса, каждая функция которого характеризует как определенную временную частоту, так и место ее локализации во времени [1-2]. Примерами таких сигналов могут служить акустические сигналы сердца, динамика артериального давления, сейсмологические и климатические процессы, динамика жидкости и турбулентности, потоки космических лучей, процесс множественного рождения частиц, изменение давление в компрессоре авиационного двигателя и др.

Классическим подходом для решения таких задач можно считать математической аппарат преобразования Фурье. Однако ситуация изменилась с появлением работ, описывающих вейвлет-преобразования и их применение. Сейчас семейство анализаторов, названных вейвлетами (разложение сигнала по базису, сконструированному из обладающей определенными свойствами солитоноподобной функции (вейвлета) посредством масштабных изменений и переносов), широко применяется в задачах анализа временных сигналов, распознавания образов и синтеза изображений, шифровки и дешифровки информации и др. [3-4].

Для многих временных рядов, отражающих динамику сложных систем совершенно различной природы, исследователями были обнаружены фрактальные свойства. Неоднородность, изрезанность, стохастичность поведения, шумовые характеристики динамических данных оказались интересным объектом фрактального анализа [5]. Кроме того, возникли направления, связанные с исследованием мультифрактальных характеристик процессов, определяемых временными рядами, при которых оценке подлежат не только фрактальная размерность, а целый спектр размерностей, характеризующих поведение всей системы [6-7].

Метод вейвлет-анализа также нашел успешное применение для исследования мультифрактальных свойств сигналов. В частности, метод максимум модулей вейвлет-преобразования, предложенный в 1990-х гг. Мьюзи, Бакри и Арнеодо [8], получил достаточно широкое распространение в задачах анализа динамических данных, обработки изображений твердотельных структур, полученных зондовыми методами, и др. [9-13].

Можно заметить, что многие программные среды и математические пакеты прикладных программ обладают встроенным инструментарием для выполнения вейвлет-преобразований. В то же время инструментарий мультифрактального анализа не является столь распространенным. Использование этой технологии требует разработки систем компьютерного анализа сложных сигналов с гибким интерфейсом пользователя. Кроме того, отдельного рассмотрения требуют вопросы применения и интерпретации данных мультифрактального вейвлет-анализа в конкретных предметных областях.

Цель настоящей работы заключалась в разработке прикладной программы, реализующей комплексный анализ временных рядов на основе частотно-временных и мультифрактальных методов, в приложении к задаче исследования характеристик динамических данных солнечной активности. Объектом исследования является импортированный временной ряд, заданный изменением количества солнечных пятен за период с 1974 г. по 2018 г. [14]. График исходных данных представлен на рис. 1.

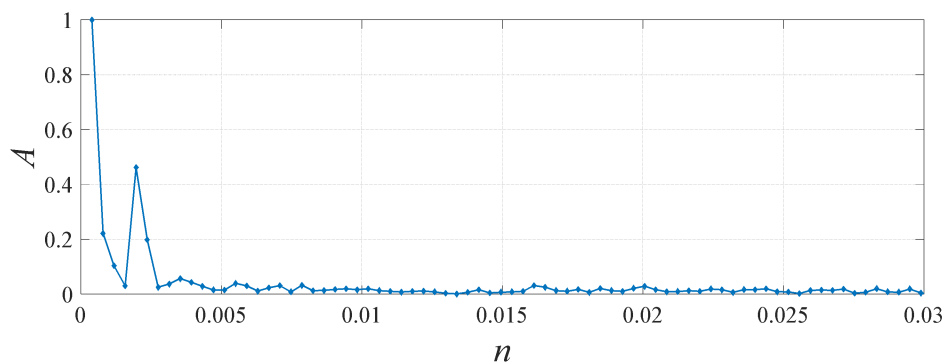


Рис. 1. Исходный временной ряд.

Анализ динамических данных солнечной активности на основе частотно-временных методов

Для определения частотных характеристик анализируемого сигнала, представленного на рис. 1, воспользуемся Фурье-преобразованием. Результат, полученный с помощью возможностей ППП Matlab, показан на рис. 2.

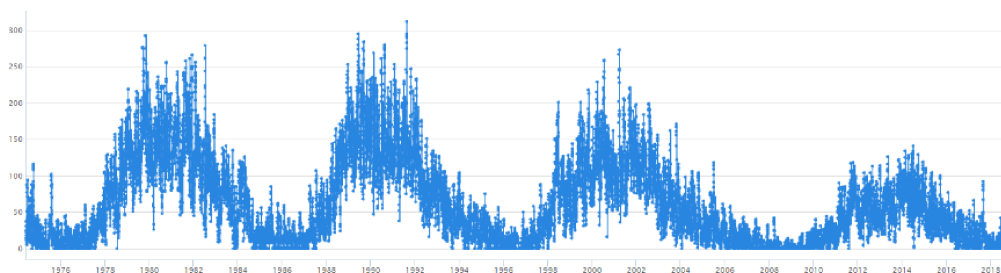


Рис. 2. Локализация частот анализируемого сигнала.

Из графика видно, что в данном сигнале присутствует низкочастотные и высокочастотные составляющие. Фурье-преобразование локализует частоты временного сигнала, но не локализует его особенности во времени. Как известно, преобразование Фурье дает хороший результат для линейных и стационарных сигналов. Динамика солнечной активности представляет нестационарный физический процесс, поэтому для его дальнейшего анализа выполним вейвлет-преобразования.

Вейвлет-преобразование в отличие от Фурье-преобразования позволяет проводить частотно-временную локализацию. Результатом вейвлет-преобразования временного ряда является двумерный

массив амплитуд – значение коэффициентов $W(a, b)$. Спектр $W(a, b)$ сложного временного сигнала представляет собой поверхность в трехмерном пространстве.

Для анализа были использованы два типа вейвлетов – «мексиканская шляпа» (mhat) и «биортогональный вейвлет» (bior). Полученные в ППП Matlab графики поверхности коэффициентов вейвлет-преобразования $W(a, b)$ за последний год представлены на рис. 3.

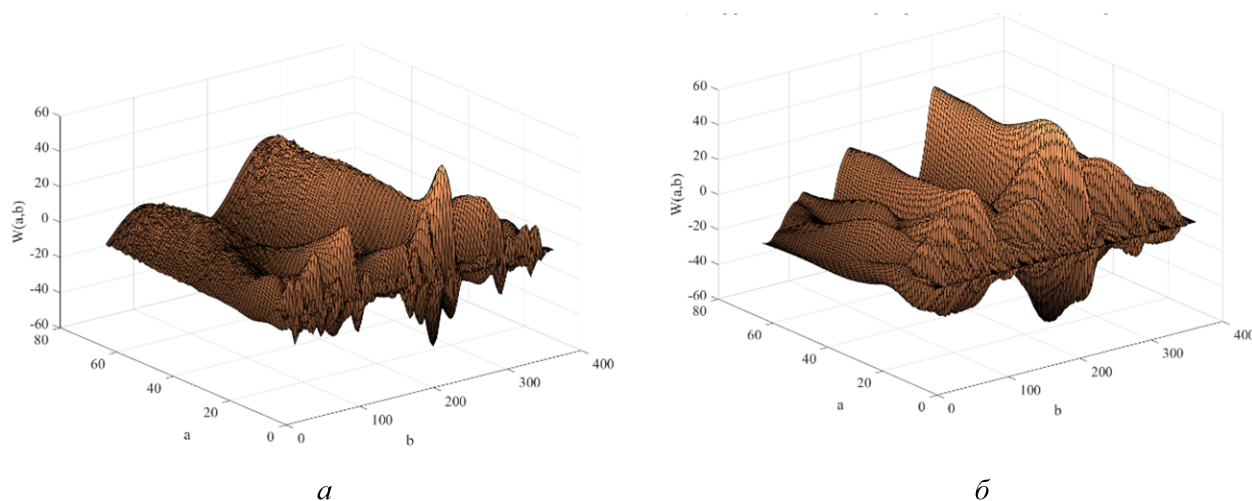


Рис. 3. Поверхности коэффициентов вейвлет-преобразования $W(a,b)$

с использованием анализаторов: «мексиканская шляпа» – a ; «биортогональный вейвлет» – b .

Визуализируем проекцию для коэффициентов $W(a, b)$ на плоскость (a, b) для отображения вейвлет-спектров или скелетов сигнала. Результаты показаны на рис. 4.

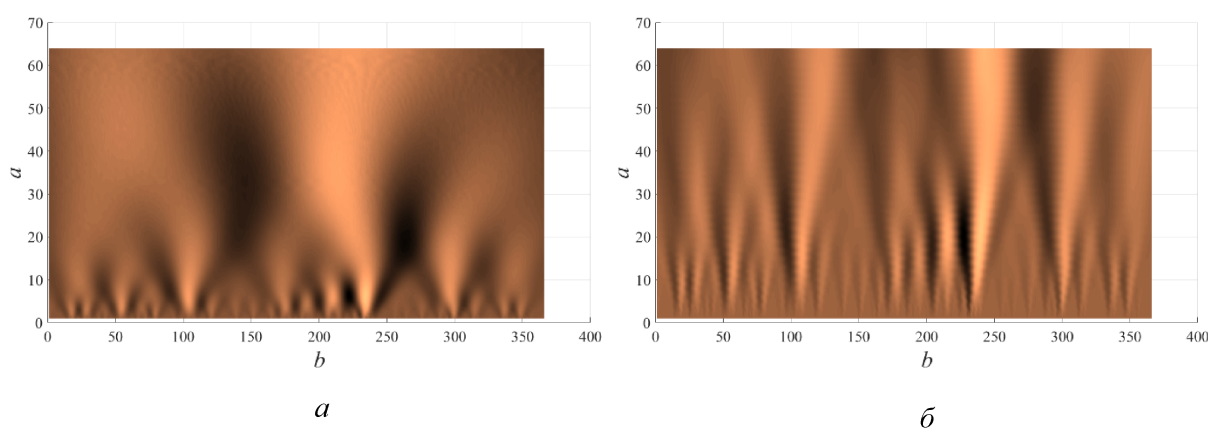


Рис. 4. Вейвлет-спектры с использованием анализаторов: «мексиканская шляпа» – a ; «биортогональный вейвлет» – b .

Скелетон линий локальных экстремумов отображает светлые и темные области, соответствующие максимумам и минимумам соответственно.

Во всем временном диапазоне сигнала в большом количестве присутствуют высокочастотные составляющие (в малых масштабах a), в меньшем – низкочастотные (в больших масштабах a). Скелетоны сигнала позволяют наглядно видеть их распределение по частотно-временной области.

Использование метода максимумов модулей коэффициентов вейвлет-преобразования для диагностики мультифрактальных свойств

Алгоритм метода максимумов модулей коэффициентов вейвлет-преобразования (ММВП) был реализован в ППП Matlab. Для проведения анализа были выбраны два временных интервала с периодом в 1 год, в течение которого на Солнце проявлялась минимальная и максимальная активность.

ММВП включает два основных этапа. На первом осуществляется вейвлет-преобразование исходного сигнала (рис. 5) согласно соотношению

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx, \quad (1)$$

где $f(t)$ – исходный временной ряд; a – параметр масштаба; b – момент времени; ψ – вейвлет-функция.

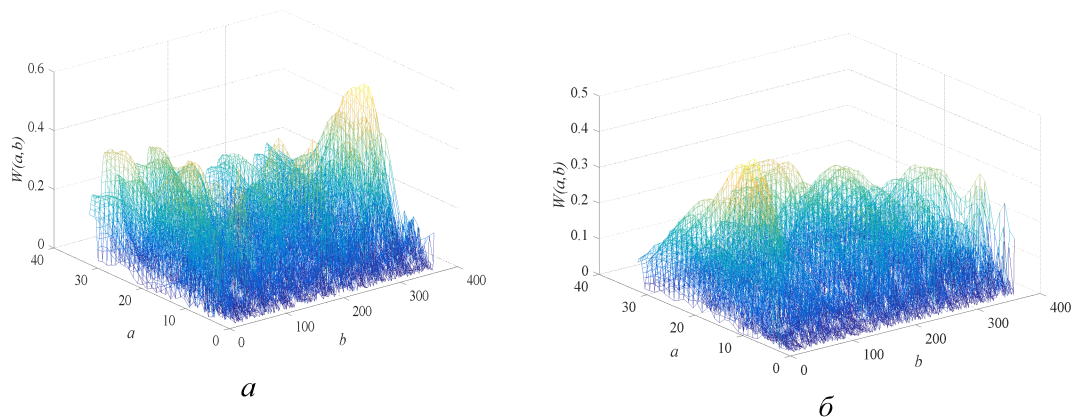


Рис. 5. Поверхности коэффициентов вейвлет-преобразования исходного сигнала: в период минимальной активности Солнца – a ; в период максимальной активности Солнца – $б$.

Вторым шагом метода ММВП является построение частичных функций $Z(q, a)$, позволяющих получать более надежные оценки характеристик, по формуле [9]:

$$Z(q, a) = \sum_{l \in L(a)} \left(\sup_{a' \leq a} |W(a', x_l(a'))| \right)^q, \quad (2)$$

где $L(a)$ – множество всех линий (l) локальных максимумов модулей вейвлет-коэффициентов, существующих в масштабе a ; $x_l(a')$ характеризует положение в этом масштабе максимума, относящегося к линии l .

Используя зависимость $Z(q, a) \propto a^{\tau(q)}$, можно определить скейлинговую экспоненту $\tau(q)$ (рис. 6 a).

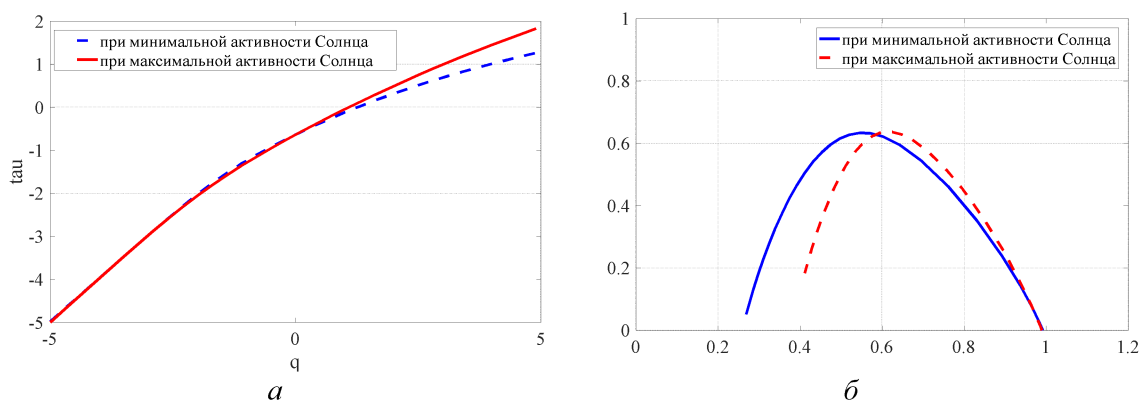


Рис. 6. Мультифрактальные характеристики: скейлинговая экспонента $\tau(q)$ – a и спектр сингулярности $D(h)$ – $б$.

Взаимосвязь между основными величинами, рассматриваемыми в алгоритме ММВП, определяется преобразованием Лежандра:

$$h = \frac{d\tau}{dq}, \quad D(h) = qh - \tau(q). \quad (3)$$

Полученный спектр $D(h)$ отражает набор значений фрактальных размерностей множеств, формирующих исходный временной ряд (рис. 6 б).

Можно заключить, что исследуемые динамические данные являются мультифрактальными временными рядами. Это подтверждается расширенной формой спектра размерностей $D(h)$ и нелинейной зависимостью $\tau(q)$.

Рис. 6 а показывает, что при увеличении количества солнечных пятен наблюдается смещение мультифрактального спектра. Разработанная прикладная программа предоставляет возможности проведения мультифрактального анализа сложных временных сигналов. Результаты демонстрируют проявление большого числа высокочастотных компонент данных солнечной активности, а также мультифрактальные свойства исследуемого ряда.

Заключение

Таким образом, проведен частотный Фурье-анализ и частотно-временной вейвлет-анализ данных солнечной активности. Установлено, что во всем временном диапазоне сигнала в большом количестве присутствуют высокочастотные составляющие (в малых масштабах a), в меньшем – низкочастотные (в больших масштабах a). Разработана прикладная программа для проведения мультифрактального вейвлет-анализа сложных временных сигналов. Результаты демонстрируют мультифрактальные свойства исследуемого ряда (нелинейную зависимость скейлинговой экспоненты и уширение спектра) и смещение уровня максимума спектральной кривой в периоды интенсивной солнечной активности.

1. Бриллинджер, Д. Временные ряды. Обработка данных и теория: учеб. пособие. – М.: Мир, 1980. – 536 с.
2. Лоскутов, М.Ю. Анализ временных рядов. Курс лекций. – М.: Изд-во МГУ, 2008. – 113 с.
3. Астафьева, Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // УФН. – 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1145-1170.
4. Addison, P.S. The illustrated wavelet transform handbook: Introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance. – N.Y.: CRC Press, 2016. – 446 p.
5. Божокин, С.В., Паршин, Д.А. Фракталы и мультифракталы – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 128 с.
6. Kantelhardt, J.W. Fractal and multifractal time series. – Halle-Wittenberg: Institute of Physics, Martin-Luther-University (Germany), 2010. – 42 p.
7. Олемской, А.И. Мультифрактальный анализ временных рядов // Вестник СумДУ. – 2008. – № 2. – С. 11.
8. Muzy, J.F., Varcu, E., Arneodo, A. Wavelets and multifractal formalism for singular signals: Application to turbulence data // Phys. Rev. Lett. – 1991. – 3515 p.
9. Павлов, А.Н., Анищенко, В.С. Мультифрактальный анализ сложных сигналов // УФН. – 2007. – Т.177, № 8. – С. 859-872.
10. Arneodo, A., Decoster, N., Roux, S.G. A wavelet-based method for multifractal image analysis. I. Methodology and test applications on isotropic and anisotropic random rough surfaces // Eur. Phys. J.B. – 2000. – V. 15. – P. 567-600.
11. Гиляров, В.Л., Корсуков, В.Е., Бутенко, П.Н., Светлов, В.Н. Применение вейвлет-преобразования при изучении изменения фрактальных свойств поверхностей аморфных металлов под воздействием механической нагрузки // Физика твердого тела. – 2004. – Т. 46. – Вып. 10. – С. 1806-1810.
12. Масловская, А.Г., Барабаш, Т.К. Исследование фрактальных закономерностей процессов переключения поляризации сегнетоэлектрических кристаллов в инжекционном режиме // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. – 2012. – № 1. – С. 1-8.
13. Maslovskaya, A.G., Varabash, T.K. Multifractal analysis of electron beam stimulated process of polarization reversal in ferroelectrics // Physics Procedia. – 2012. – № 23. – P. 81-85.
14. База данных солнечных пятен // Lasp Interactive Solar Irrudiance Datacenter: офиц.сайт. – 2005. – Режим доступа: http://lasp.colorado.edu/lisird/data/american_relative_sunspot_number_daily. – 04.08.2019