

## Физика и материаловедение

УДК 629.7

А.И. Шулёпов, Д.А. Попов

### ВЫБОР ПОРЯДКА РАЗМЕЩЕНИЯ ГРУППЫ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С УЧЕТОМ ПОСЛЕДУЮЩЕГО ИХ РАЗВЕДЕНИЯ НА РАБОЧИЕ ОРБИТЫ

*В данной статье рассматривается проблема относительного движения малых космических аппаратов с учетом их компоновки на платформе выведения и параметров отделения. В качестве решения предложен алгоритм нахождения оптимальной компоновки аппаратов на платформе и моделирование их отделения и последующего движения. Приведены результаты компоновки и графики относительного положения платформы выведения и малого космического аппарата, относительного положения двух отделившихся аппаратов на определенном промежутке времени.*

*Ключевые слова: малый космический аппарат, поверхности второго порядка, размещение, локальный экстремум, вероятностная оценка, математическое ожидание, номер группировки, функция цели размещения по заданному центру масс, выпуклые многогранники.*

### CHOICE OF THE ORDER OF ACCOMMODATION OF GROUP OF SMALL SPACECRAFTS TAKING INTO ACCOUNT THEIR SUBSEQUENT SEPARATION INTO WORKING ORBITS

*Now the small spacecraft (SS) has a row of the advantages allowing to become adequate changeover of big spacecrafts. Among obvious it is possible to call such advantages of small devices as low price, small time of development and manufacture, the low cost of start determined, use of conversion rocketry, group and passing starts («replanting»). The task of the maximum placement of SS on the carrier in case of conversion start and separation in working orbits becomes one of the mains. It can be reached by means of the rational accommodation of the SS group satisfying to mass and centering characteristics of the conversion rocket and some other requirements. In this operation the questions connected to the decision of the task of a choice of an order of the placement allowing to execute the specified operations are considered.*

*Key words: small spacecraft, second-order surfaces, placement, local extremum, probabilistic estimation, mathematical expectation, grouping number, target location function for a given center of mass, convex polyhedron.*

#### Введение

В настоящее время малый космический аппарат (МКА) имеет ряд преимуществ, позволяющих ему стать адекватной заменой больших космических аппаратов. Среди очевидных можно назвать такие достоинства малых аппаратов как низкая цена, небольшое время разработки и изготовления, низкая стоимость запуска, определяемая использованием конверсионной ракетной техники,

групповые и попутные запуски («подсадки»). Одной из основных становится задача максимального размещения МКА на носителе при конверсионном запуске и отделение на рабочих орбитах. Это может быть достигнуто с помощью рационального размещения группы МКА, удовлетворяющего массово-центровочным характеристикам конверсионной ракеты и ряду других требований. В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с решением задачи выбора порядка размещения, позволяющего выполнить указанные операции.

### Постановка задачи и алгоритм ее решения

Задачу размещения малых космических аппаратов (МКА) можно рассматривать как задачу размещения геометрических объектов внутри замкнутых объемов. Такие задачи относятся к классу многоэкстремальных [1 – 4]. Рациональное размещение объектов, в нашем случае малых космических аппаратов, зависит от способов решения таких задач. Из известных способов решения задач позиционного геометрического проектирования, прошедших апробацию, наибольшее распространение получили метод асимптотического перебора локальных экстремумов, в случае, когда удастся описать границу области допустимых размещений дифференцируемой функцией, возможно применение направленных методов поиска.

Число малых космических аппаратов может быть достаточно большим (например, размещение группы МКА на специальной платформе, получившей в технической терминологии название «адаптер»). Прямой перебор локальных экстремумов даже с помощью современных быстродействующих ЭВМ приводит к большим затратам как машинного, так и проектного времени. Метод асимптотического перебора является направленным случайным перебором и основан на свойствах вероятностного распределения локальных экстремумов функции цели. Значение функции цели в точке локального экстремума случайно и зависит от порядка выборки размещаемых МКА. Если в процессе получения локальных экстремумов случайным образом менять порядок не всех  $n$  размещаемых МКА, а только определенное их количество  $k$ , то полученный закон распределения значений функций цели тоже близок к нормальному с математическим ожиданием  $M_k$  и дисперсией  $\sigma_k^2$ . Причем выполняются соотношения:

$$M_k \neq M_0, \quad \sigma_k^2 < \sigma_0^2, \quad (1)$$

где  $M_0$  – математическое ожидание случайной выборки локальных экстремумов при последовательно-одиночном размещении МКА на адаптере, а  $\sigma_k^2$  – ее дисперсия.

Это свойство позволяет построить сходящийся алгоритм, осуществляющий направленный сдвиг математического ожидания функции цели в сторону ее глобального экстремума.

Для получения сравниваемых векторов состояния размещения МКА  $X_0$  можно использовать, как показано в работе по размещению бортового оборудования в отсеках космических аппаратов, алгоритм последовательно-одиночного размещения [2].

Каждому МКА ставится порядковый номер. Номер группировки МКА образует числовую последовательность  $\mu_{0i}$ , однозначно определяющую локальный экстремум функции цели  $\Phi(X_{0i})$ . Решение проводится в несколько этапов. На каждом шаге  $i$ , содержащем  $\tau_i$  шагов, в исходной числовой последовательности  $\mu_{0i}$  с помощью датчика случайных чисел меняются местами ровно  $\kappa_i$  номеров. В случае удачного шага за исходную числовую последовательность размещения принимается наилучшая.

Для размещаемых МКА в зависимости от функции цели можно оценить порядок их выборки. Этот порядок соответствует порядку монтажа МКА на адаптере и обратному порядку МКА при отстыковке на орбите.

В случае отыскания оптимального размещения МКА при заданном центре масс адаптера выбор порядка размещения можно построить по следующему алгоритму. Представим функцию цели размещения МКА по заданному центру масс в виде:

$$\Phi(X_{0i}) = m_k \min_{u_k \in G_k} |(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_0) - F_{k-1}(\mathbf{u}_{k-1})/m_k|. \quad (2)$$

Здесь  $F_{k-1}(\mathbf{u}_{k-1}) = -\sum_{i=1}^{k-1} m_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_0)$  – отклонение вектора статического момента на шаге  $k$ .

Увеличение числа размещаемых МКА может быть достигнуто изменением функции (2).

$$\Phi^*(X_{0i}) = m_k \min_{u_k \in G_k} |(\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_0) - C_k F_{k-1}(\mathbf{u}_{k-1})/m_k|,$$

$$C_k = \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; \quad (C_n = 1). \quad (4)$$

Введение множителя  $C_k$  переводит вектор  $\mathbf{u}_k$  в занятую область, поэтому все МКА размещаются на границе занятой области. Из оценки выражений (2) и (4) видно, что сходимость многошагового процесса наилучшим образом обеспечивается при

$$m_1 \geq m_2 \geq m_3 \geq \dots \geq m_n. \quad (5)$$

Условие (5) позволяет выбрать порядок размещения МКА. Условие (5) совпадает с тривиальным соображением, что размещение МКА максимальной плотности в районе центра масс обеспечит наилучшую центровку отсека или платформы (адаптера).

Традиционный метод размещения грузов или приборов в приборных отсеках КА убеждает, что размещение в замкнутых объемах начинают с более крупных [2]. Покажем это, используя вероятностную оценку. Для описания зоны размещения будем использовать дискретную модель, позволяющую выражать объемы зон размещения и МКА целыми числами. Тогда вероятностью размещения МКА с номером  $s$  будем считать статическую вероятность того, что в отсеке после случайного размещения  $(s-1)$  МКА найдется место для установки следующего. Другими словами, следует найти вероятность того, что ни один из ранее размещенных МКА не займет места, отведенного для размещения очередного МКА.

Объем зоны размещения без объема МКА с номером  $s$  будем считать свободным для размещения первых  $(s-1)$  МКА. В этом случае искомая вероятность равна отношению числа вариантов размещения  $(s-1)$  МКА в свободной зоне (объеме) к общему числу вариантов размещения тех же МКА

$$P_s = \frac{(k-i)! (k-j)!}{(k-i-j)! k!} \quad (6)$$

Учитывая принятую модель, здесь:  $k$  – объем зоны размещения;  $i$  – объем МКА с номером  $s$ ;  $j$  – сумма объемов ранее размещенных МКА.

Зададимся линейным законом изменения объемов МКА и построим зависимости  $P_s(S)$  для двух вариантов последовательного их размещения:

$$W_s^{(1)} = W_0 + \Delta W (s-1); \quad (7)$$

$$W_s^{(2)} = W_0 + \Delta W (n-s); \quad s = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (8)$$

При размещении в порядке убывания объемов (последовательность  $W_s^{(2)}$ ) вероятность размещения последнего МКА значительно больше, чем в случае выбора МКА в обратном порядке (рис. 1).

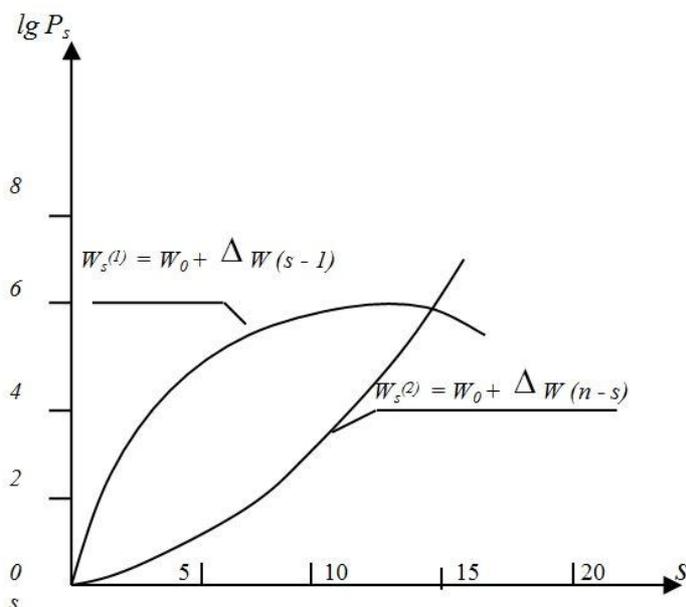


Рис. 1. Влияние закона выбора тел (МКА) на вероятность их размещения.

Таким образом, последовательность

$$W_1 \geq W_2 \geq W_3 \geq \dots \geq W_n \quad (9)$$

обеспечивает наибольшую вероятность размещения МКА в заданной зоне (отсеке) [2].

Выбор порядка размещения без учета вероятности размещения может привести к такой ситуации, когда установка очередного МКА невозможна, несмотря на то, что варианты удачного размещения существуют.

Учет двух (и более) факторов при выборе порядка представляет собой многокритериальную задачу, решению которой в ряде случаев помогают физические и статические зависимости между параметрами размещаемых МКА. Так, для согласования порядка размещения, обеспечивающего заданное положение центра масс, с порядком максимизирующим вероятность размещения (9), необходимо использовать соотношение, связывающее объем и массу МКА:

$$m_i = W_i \gamma_i. \quad (10)$$

Поскольку плотность отдельного МКА  $\gamma_i$  – величина случайная, необходимо учитывать ее статическое распределение для размещающих МКА. При малых среднеквадратичных отклонениях плотности (например, начиная с  $\sigma(\gamma) / M(\gamma) \leq 0,05$ ) зависимость (11) близка к линейной, можно считать соотношения (5) и (9) почти совпадающими и пользоваться любым из них.

В нашем случае для реализации решения такой задачи выбирается модель адаптера и МКА [5]. Для предварительной оценки размещения МКА в качестве математической модели описания зон размещения (адаптер, отсек) и МКА выбраны поверхности не выше второго порядка:

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{r}) \cdot \mathbf{r} + 2 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{r} + a_{44} = 0, \quad (11)$$

где  $\mathbf{A}$  – аффинор с координатами  $\mathbf{A} = a_{ik}$ ;  $\mathbf{a}$  – вектор с координатами  $\mathbf{a}_i = a_{ij}$ ;  $i, k = 1, 2, 3, 4$ ;  $j = 4$ .

Значения коэффициентов уравнения поверхности второго порядка в ориентированной осям декартовой системе координат приведены в таблице и могут быть использованы для описания в первом приближении как элементов конструкции отсеков и адаптеров, так и самих малых космических аппаратов.

Выпуклые многогранники, построенные на плоскостях, позволяют описать зоны размещения МКА на адаптере и геометрию МКА.

**Значения коэффициентов поверхностей второго порядка**

Поверхность	$a_{11}$	$a_{22}$	$a_{33}$	$a_{14}$	$a_{24}$	$a_{34}$	$a_{44}$
Плоскость	0	0	0	$L$	$m$	$n$	$-(lx_0 + my_0 + nz_0)$
Сфера	1	1	1	$-x_0$	$-y_0$	$-z_0$	$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - R^2$
Цилиндр	0	1	1	0	$-y_0$	$-z_0$	$y_0^2 + z_0^2 - R^2$
Конус	$x_0^2 \operatorname{tg}^2 \varphi$	1	1	$x_0^2 \operatorname{tg}^2 \varphi$	$-y_0$	$-z_0$	$y_0^2 + z_0^2 - x_0^2 \operatorname{tg}^2 \varphi$

Здесь:  $l, m, n$  – направляющие косинусы нормали к плоскости;  $x_0, y_0, z_0$  – координаты точки на плоскости, центра сферы, цилиндра, конуса;  $R$  – радиус зоны размещения (адаптер, отсек).

**Реализация и результаты**

Решение задачи оптимизации размещения МКА на платформе при заданном центре масс отсека (головной части/полезной нагрузки) реализовано следующим образом. Зададимся геометрической формой платформы в виде кольца (рис. 2).

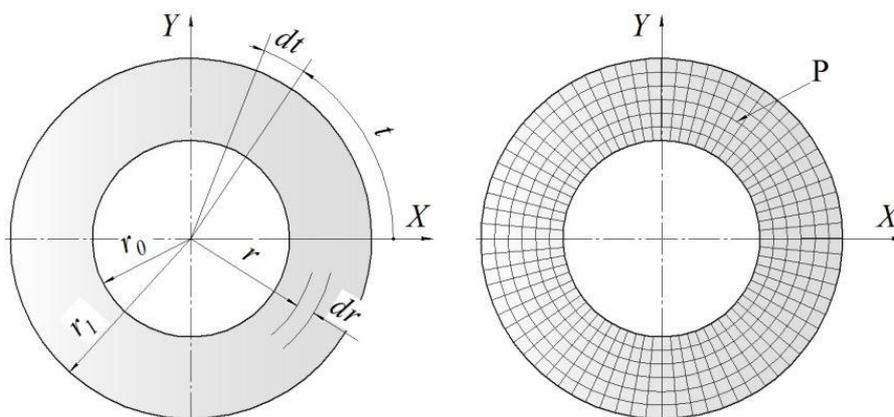


Рис. 2. Схема разбиения платформы-адаптера:

$r, t$  – радиальная и угловая координаты узловой точки на платформе;  $dr = \frac{r_1 - r_0}{N}$ ,  $dt = \frac{2\pi}{N}$  – радиальный и угловой шаг сетки.

Пусть центр масс отсека находится на продольной оси ракеты-носителя, т.е. в точке с координатами  $x = 0, y = 0$ . Следовательно, нужно произвести следующую оптимизацию:

$$X_0 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \rightarrow 0, \quad Y_0 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \rightarrow 0, \quad Z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \rightarrow h^*, \tag{12}$$

где  $X_0, Y_0, Z_0$  – координаты центра масс группы МКА;  $m_i$  – масса  $i$ -го МКА;  $x_i, y_i, z_i$  – координата центра масс  $i$ -го МКА;  $n$  – количество МКА.

Из множества допустимых решений, удовлетворяющих условиям (3) и (5), случайным образом отберем координаты точек, в которые поместим центры масс МКА. Затем отсортируем (рис. 3) полученный массив по возрастанию, в соответствии с (12):

$$P \Rightarrow P_j^* \rightarrow \begin{cases} x_i^{(j)} \rightarrow x_i^{(j)*}, \\ y_i^{(j)} \rightarrow y_i^{(j)*}, \\ z_i^{(j)} \rightarrow z_i^{(j)*}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_i^{(j)*} \\ Y_i^{(j)*} \\ Z_i^{(j)*} \end{cases} \Rightarrow [\delta] \Rightarrow \begin{cases} \tilde{X}_i^{(j)*} \\ \tilde{Y}_i^{(j)*} \\ \tilde{Z}_i^{(j)*} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{x}_i^{(j)} \\ \tilde{y}_i^{(j)} \\ \tilde{z}_i^{(j)} \end{cases}$$

где  $x_i^{(j)*}, y_i^{(j)*}, z_i^{(j)*}$  – случайно выбранные координаты центра масс для  $i$ -го МКА на  $j$ -м номере отбора;  $X_i^{(j)*}, Y_i^{(j)*}, Z_i^{(j)*}$  – значения положения центра масс группы МКА на  $j$ -м номере отбора;  $n^*$  – количество случайно отобранных координат.

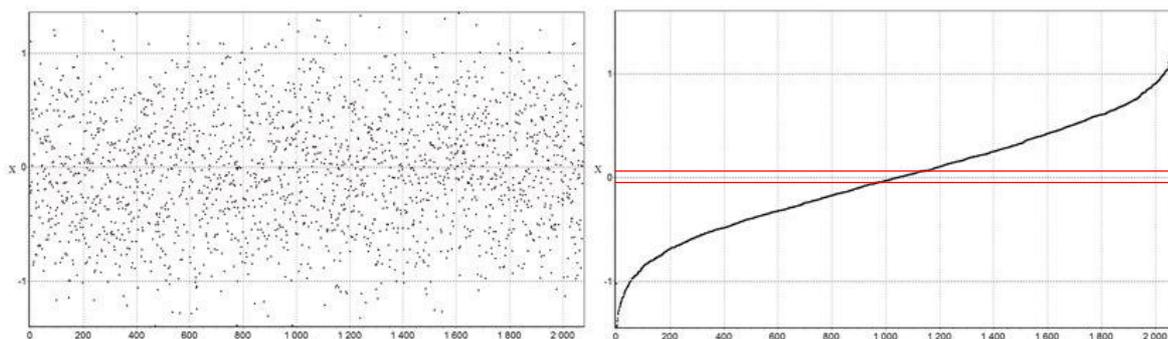


Рис. 3. Отобранные точки до и после сортировки.

Необходимо задаться некоторой областью  $\delta$ , при попадании в которую алгоритм остановится. В зависимости от требуемой точности  $\delta$  бывает различной. Выбрав значения координат центра масс, попавших в область  $\delta$ , по индексу  $j$  номера отбора получим координаты каждого МКА.

Для описания орбитального движения платформы выведения и отделившихся МКА примем модель в оскулирующих элементах [6]. В качестве возмущающих факторов примем нецентральность земного поля притяжения [7] и аэродинамические силы.

На рис. 4 изображена схема отделения МКА от базового аппарата или платформы выведения в плоскости орбиты.

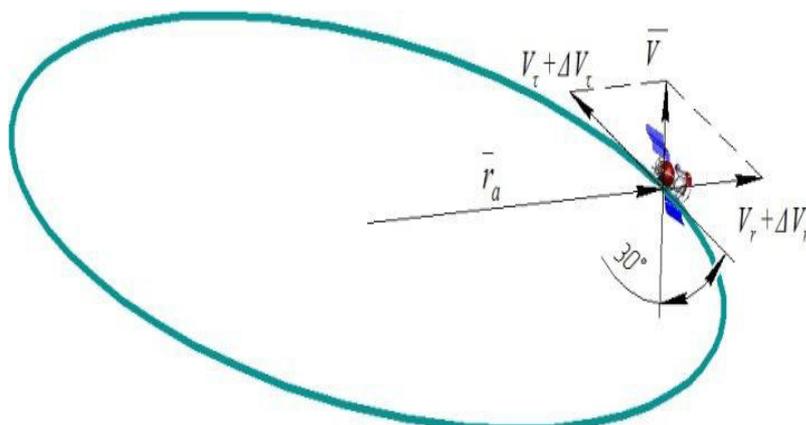


Рис. 4. Схема отделения МКА от базового аппарата.

На рис. 5 представлены результаты расчетов для разных случаев отделения – один МКА отделился по касательной к траектории и два МКА – в диаметрально противоположных направлениях, под углом  $30^\circ$  к касательной.

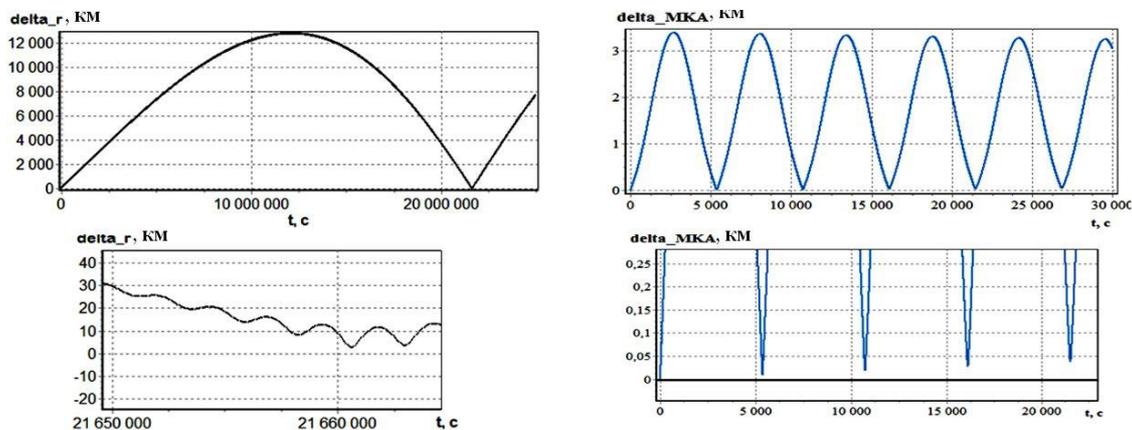


Рис. 5. Графики относительного расстояния между платформой и МКА (слева), между двумя МКА (справа).

Анализируя приведенные случаи расчета, можно сделать вывод, что в случае отделения двух аппаратов велика возможность их столкновения через один виток (расстояние между ними будет меньше 10 м; на последующих витках минимум увеличивается), а в случае отделения одного аппарата от платформы расстояние между ними только через 250 суток достигнет минимума, который больше 2 км.

Таким образом, обоснованно выбрана методика, математическая модель описания МКА, адаптера, алгоритм решения, позволяющие предварительно оценить возможность как размещения МКА, так и последующее их безударное разделение на рабочих орбитах.

1. Конструирование автоматических космических аппаратов / Д.И. Козлов и др. – М.: Машиностроение, 1996. – 447 с.: ил.
2. Гаврилов, В.Н. Автоматизированная компоновка приборных отсеков летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1988. – 136 с.: ил.
3. Шулепов, А.И. и др. Автоматизированное проектирование размещения кабельной сети на борту космических аппаратов // Сборник научно-технических статей по ракетно-космической тематике. ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс». – Самара, 2001. – С. 160-162.
4. Andreev, S., Shulepov, A. One approach to the task of soft spacecraft structure elements location. Proceeding of fourth UKRAINE – RUSSIA – CHINA symposium on space science and technology. – Kiev, 1998. – P. 248.
5. Шулепов, А.И. Возможность повышения энергомассовой эффективности космических аппаратов посредством реализации попутных научных экспериментов // Труды II Междунар. конф. «Научные и технологические эксперименты на автоматических космических аппаратах и малых спутниках». Июнь 2011 г. – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2011. – С. 326-329.
6. Нариманов, Г.С. Основы теории полета космических аппаратов / под ред. д-ра физ.-мат. наук Г.С. Нариманова и д-ра техн. наук М.К. Тихонравова. – М.: Машиностроение, 1972. – 608 с.: ил.
7. ПЗ-90.11 «Параметры Земли 1990 года» [Справочный документ] / Военно-топографическое управление Генерального штаба Вооруженных сил Российской Федерации. – М., 2014. – 52 с.: ил.