

УДК 537.611.2

В.И. Белоконов, О.И. Дьяченко, Е.В. Чибиряк

### КОНЦЕНТРАЦИОННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТОЧКИ КЮРИ ФЕРРОМАГНЕТИКА В МОДЕЛИ ИЗИНГА С ПОДВИЖНЫМИ ПРИМЕСЯМИ

*В рамках модели Изинга исследуется поведение температуры Кюри в зависимости от концентрации ферромагнитных атомов в магнетиках, рассматривается влияние диффузии на концентрационную зависимость точки Кюри в модели Огучи, проводится сравнение различных методов исследования температуры Кюри.*

*Ключевые слова: модель Изинга, метод Огучи, точка Кюри, ферромагнетизм.*

### DEPENDENCE OF THE CURIE POINT ON THE CONCENTRATION OF A FERROMAGNET IN THE ISING MODEL WITH MOBILE IMPURITIES

*In the framework of the Ising model, the behavior of the Curie temperature is studied as a function of the concentration of ferromagnetic atoms in magnets, the influence of diffusion on the concentration dependence of the Curie point in the Oguchi model is considered and various methods for investigating the Curie temperature are compared.*

*Key words: Ising model, Oguchi method, Curie point, ferromagnetism.*

#### Введение

Метод эффективного (молекулярного) поля в теории магнетизма прост, нагляден, но, к сожалению, дает завышенные значения точки Кюри  $T_c$ . В дальнейшем мы будем записывать температуру Кюри  $T_c$ , полагая ее безразмерной (постоянная Больцмана  $k$ , магнитный момент  $m$ , обменный интеграл  $J$  примем за единицу). Так, безразмерная температура Кюри для плоской квадратной решетки с координационным числом  $z = 4$  в модели Изинга равна 2,27 (точное решение Онсагера), а в простейшем варианте теории, в приближении Брэгга – Вильямса,  $T_c = z$ . Причина такого несоответствия состоит в том, что в теории Брэгга – Вильямса не учитываются корреляции между направлениями магнитного момента соседних атомов. Приближенный учет таких корреляций предложен Огучи, Бете, Пайерлсом, причем простейший метод Огучи приводит в точности к такому же результату, как и метод Бете – Пайерлса. Огучи считает связанную обменным взаимодействием пару магнитных моментов, находящихся в эффективном поле  $z - 1$  соседей, действующим на каждый из атомов, в силу чего термодинамически средний магнитный момент, приходящийся на один из атомов пары, должен быть равен моменту отдельно взятого атома, окруженного  $z$  соседями. Бете «погружает» в эффективное поле кластер, состоящий из центрального атома и  $z$  ближайших соседей, требуя равенства магнитных моментов центрального и периферийных атомов [1, 2]. Удивительным образом оба метода приводят к выражению для  $T_c$  в виде:

$$T_c = \frac{2}{\ln \frac{2}{z-2}}, \text{ или } th \frac{1}{T_c} = \frac{1}{z-1}. \quad (1)$$

Для  $z=4$  температура Кюри  $T_c$  оказывается равной 2,88. Эти приближения используются в случае, когда концентрация обменно-взаимодействующих атомов (в дальнейшем будем называть их ферромагнитными атомами)  $p=1$  [3, 4].

### Влияние диффузии на концентрационную зависимость точки Кюри в модели Огучи

Два соседних узла решетки составляют систему, в которой может быть ноль, один или два «ферромагнитных» атома. Большая статистическая сумма может быть рассчитана по формуле

$$z = \sum_N \sum_{\varepsilon_k} \lambda^N e^{-\frac{\varepsilon_k}{T}}, \text{ где } \lambda = e^{\frac{\mu}{T}}.$$

В нашем случае это выражение принимает вид  $Z = 1 + 4\lambda ch\left(\frac{H}{T}\right) + 2\lambda^2 \left[ e^{-\frac{1}{T}} + e^{\frac{1}{T}} ch\left(\frac{2H}{T}\right) \right]$ , так

как обменная энергия  $-m^2 J = -1$ . Большая статистическая сумма системы, состоящей из одного узла решетки, в которой может быть: 0 частиц, 1 частица

$$Z' = 1 + 2\lambda ch\left(\frac{H'}{T}\right). \quad (2)$$

При этом  $H = (z-1)Mh$ ,  $H' = zMh$ , где  $h$  – множитель, учитывающий возможное изменение эффективного поля при учете обменной энергии пары. Относительный магнитный момент на один атом  $M$ :

$$M = \frac{2\lambda sh\left(\frac{H}{T}\right) + 2\lambda^2 e^{\frac{1}{T}} sh\left(\frac{2H}{T}\right)}{Z} \quad (3)$$

С другой стороны, магнитный момент  $M = \frac{2\lambda sh\left(\frac{H'}{T}\right)}{Z'}$ . При известной концентрации  $p$  соотношения

получим  $\lambda = \frac{p}{2(1-p)ch\left(\frac{H'}{T}\right)}$ ; при  $H' \rightarrow 0$ ,  $\lambda$  вблизи точки Кюри  $T \rightarrow T_c$  равна  $\lambda_{T_c} = \frac{p}{2(1-p)}$ . В свою

очередь  $Z$  при  $T \rightarrow T_c$  ( $Z|_{T_c}$ ) имеет вид:  $Z|_{T_c} = 1 + 2\frac{p}{(1-p)} + \frac{p^2}{(1-p)^2} ch\left(\frac{1}{T_c}\right)$ , а  $Z'|_{T_c} = \frac{1}{1-p}$ .

Тогда  $M$  вблизи точки Кюри может быть выражено так:

$$M = \frac{\frac{p}{(1-p)} \frac{(z-1)Mh}{T_c} + \frac{p^2}{(1-p)^2} \frac{(z-1)Mh}{T_c} e^{\frac{1}{T_c}}}{1 + 2\frac{p}{(1-p)} + \frac{p^2}{(1-p)^2} ch\left(\frac{1}{T_c}\right)}. \quad (4)$$

С другой стороны,  $M = \frac{pzMh}{T_c}$ . Приравняв правые части двух последних выражений, получаем

$$pz = \frac{\frac{p}{(1-p)}(z-1) + \frac{p^2}{(1-p)^2}(z-1)e^{\frac{1}{T_c}}}{1 + 2\frac{p}{(1-p)} + \frac{p^2}{(1-p)^2} ch\left(\frac{1}{T_c}\right)}, \quad (5)$$

откуда  $\frac{p^2}{(1-p)}ze^{\frac{2}{T_c}} + 2[pz+1]e^{-\frac{1}{T_c}} + \frac{zp^2 - 2p(z-1)}{(1-p)} = 0$ . Это квадратное уравнение относительно  $y = e^{-\frac{1}{T_c}}$  имеет решение:

$$y_{1,2} = \frac{-[pz+1] \mp \sqrt{[pz+1]^2 - \frac{p^2 z [zp^2 - 2p(z-1)]}{(1-p)^2}}}{\frac{p^2}{(1-p)}z}. \quad (6)$$

Физически разумный положительный корень этого уравнения позволяет получить зависимость  $T_c$  от  $p$ , график которой изображен на рис. 1.

$$T_c = \frac{1}{\ln \left( \frac{\frac{p^2}{(1-p)}z}{-[pz+1] + \sqrt{[pz+1]^2 - \frac{p^2 z [zp^2 - 2p(z-1)]}{(1-p)^2}}} \right)}. \quad (7)$$

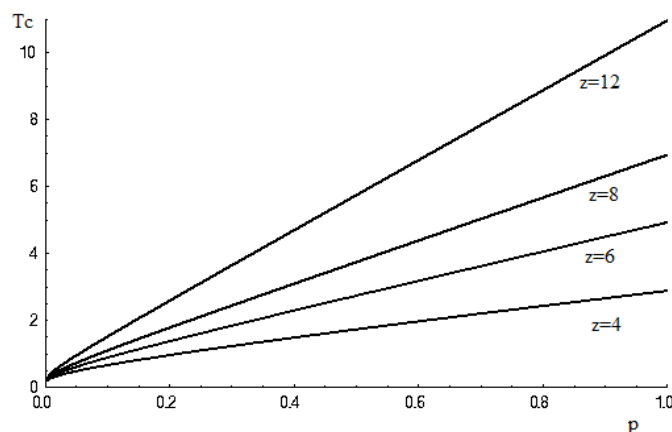


Рис. 1. Зависимость температуры Кюри  $T_c$  от концентрации  $p$  при разном числе ближайших соседей.

В пределе  $p \rightarrow 1$  легко получить формулу (1). На рис. 1 показана зависимость температуры Кюри  $T_c$  от концентрации  $p$  при разном числе ближайших соседей.

### Заключение

Методом эффективного поля в рамках модели Огучи с учетом возможной диффузии определена зависимость температуры Кюри от концентрации ферромагнитных атомов магнетика.

1. Onsager, L. Crystal statistics. I. A two-dimensional model with an order-disorder transition // Phys.Rev. – 1944. – V. 65 (3-4). – P. 117-149.

2. Weiss, P. The application of the Bethe-Peierls method to ferromagnetism // Physical Review. – 1948. – V. 74, №. 10. – P. 1493.

3. Belokon, V.I., Kapitan, V.Yu., Dyachenko, O.I. The combination of the random interaction fields' method and the Bethe – Peierls method for studying two-sublattice magnets // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2016. – V. 401. – P. 651-655.

4. Belokon, V.I., Dyachenko, O.I. Random interaction fields method: Magnetic phase transitions in the thin films // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2015. – V. 374. – P. 92-95.