

СИСТЕМА АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФРАКТАЛЬНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В статье представлен результат разработки программного приложения, предназначенного для проведения фрактального анализа динамических данных физических систем, обладающих сложными скейлинговыми свойствами. Приложение позволяет рассчитать фрактальную размерность и мультифрактальные характеристики исследуемого процесса по его временной зависимости. Методы, на реализации которых основана работа программных модулей, включают: метод Фурье, метод R/S-анализа, метод максимумов модулей коэффициентов вейвлет-преобразования, а также мультифрактальный флуктуационный анализ.

The article presents the result of program designed for fractal analysis of dynamic data of physical systems with complex scaling properties. The program application allows calculating fractal dimension and multifractal characteristics of investigated process relying on time dependence. Program implementation is based on the following methods: Fourier method, R/S-analysis, wavelet transform maximum modulus method and multifractal analysis method.

Введение

В настоящее время синергетика занимает важное место в различных областях науки, в том числе и в физике конденсированной среды. Важной заслугой синергетики является открытие самоорганизации, которую обнаруживают многие физические системы. Динамические характеристики таких процессов и явлений обладают фрактальными, а в ряде случаев и мультифрактальными свойствами. Теория фракталов служит математическим аппаратом для анализа временных зависимостей, обладающих свойствами самоорганизации и самоподобия. Известно большое количество методов анализа фрактальных и мультифрактальных характеристик динамических систем. Методы фрактального анализа – такие как метод Херста или метод Фурье – сводятся к нахождению фрактальной размерности процесса. А мультифрактальные методы, – например метод мультифрактального флуктуационного анализа (ММФА) или метода максимумов модулей коэффициентов вейвлет-преобразования (ММВП), позволяют анализировать явления, обладающие целым спектром таких размерностей.

Целью данной работы являлась разработка программного комплекса, предназначенного для решения задачи диагностики фрактальных свойств динамических характеристик физических систем на основе работы модулей, реализующих широкий спектр методов фрактального и мультифрактального анализа.

Описание функциональных возможностей программного приложения

Программа мультифрактального анализа [1] позволяет рассчитать скейлинговые характеристики самоподобных физических систем по данным динамических измерений.

Программное приложение реализовано в ППП Matlab и имеет модульную структуру. Предназначенные для диагностики данные представляются исходным временным рядом, для которого могут быть рассчитаны фрактальная размерность, мультифрактальные и спектральные

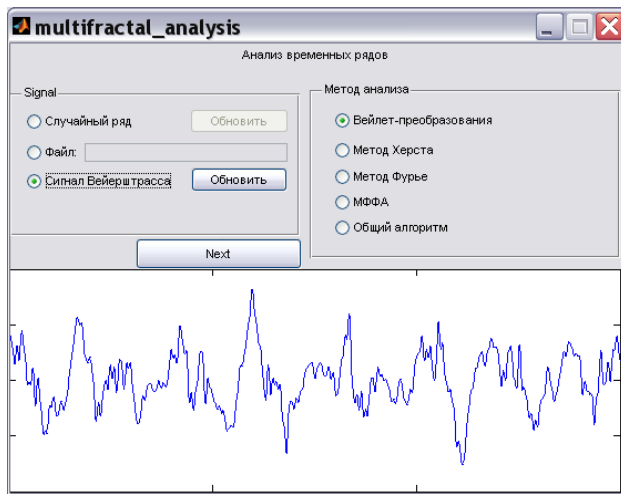


Рис. 1. Главное диалоговое окно программного приложения.

характеристики исследуемого процесса. В основе работы программных модулей лежат алгоритмы фрактального и мультифрактального анализа временных рядов: метод максимумов модулей коэффициентов вейвлет-преобразования, метод R/S-анализа, метод Фурье, а также мультифрактальный флуктуационный анализ.

Покажем управление режимами работы программного комплекса. В главном окне приложения (рис. 1) выбирается временной ряд для проведения анализа (загружается в рабочую область из выбранного файла). В качестве тестовых могут быть использованы ряд случайных значений или функция Вейерштрасса, представляющая искусственно сгенерированный фрактальный временной ряд с контролируемыми параметрами. Выбранный ряд строится в графической области, расположенной в нижней части программного окна. В этом же окне выбирается один из методов анализа. Для демонстрации возможностей программы выберем тестовый сигнал – функцию Вейерштрасса [2]:

$$x(t) = \sqrt{2} \cdot \sigma \cdot \frac{\left[1 - b^{2D-4}\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sum_{n=0}^N b^{(D-2) \cdot n} \cos(2\pi \cdot s \cdot b^n t + \psi_n)}{\left[1 - b^{(2D-4)(N+1)}\right]}$$

с параметрами $\sigma = 0.25$, $b = 1.35$, $D = 1.3 + 0.3 \sin(2\pi \cdot k)$, $s = 0.005$, $N = 10$, $t = \Delta t \cdot k$, $\Delta t = 1$, где σ – стандартное отклонение; b , s – параметры пространственно-частотного масштабирования; D – фрактальная размерность (набор мультифракталов); $N + 1$ – количество гармоник; ψ_n – фаза, распределенная случайным образом на интервале $[0, 2\pi]$; t – время.

После актуализации временного ряда и метода открывается диалоговое окно выбранного метода анализа. Опции каждого окна позволяют настроить параметры анализа временного ряда соответствующим методом. В диалоговых окнах, реализующих рассмотренные методы, после ввода входных параметров и выбора выходных необходимо активизировать кнопку «Рассчитать», после чего приложение начинает анализировать временной ряд и возвращает полученные результаты в виде графиков и численных значений.

При выборе метода максимумов модулей вейвлет-преобразования откроется диалоговое окно, представленное на рис. 2.

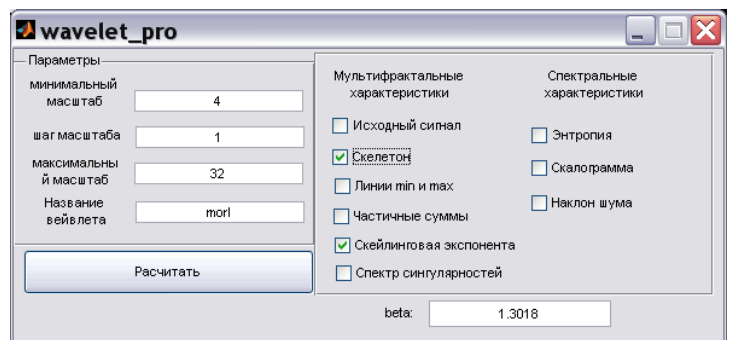


Рис. 2. Диалоговое окно, предназначенное для мультифрактального вейвлет-анализа.

Алгоритм ММВП предполагает исследование нерегулярного поведения функции в два этапа [3]. На первом шаге осуществляется вейвлет-преобразование, результатом которого является двумерный массив амплитуд вейвлет-преобразования и построение скелетона (рис. 3 а). На втором шаге выделяются линии локальных экстремумов, вычисляются частичные функции, позволяющие получить более надежные оценки вычисляемых характеристик, строится зависимость скейлинговой экспоненты (рис. 3 б) от параметра деформации, а также спектр сингулярностей (рис. 3 в).

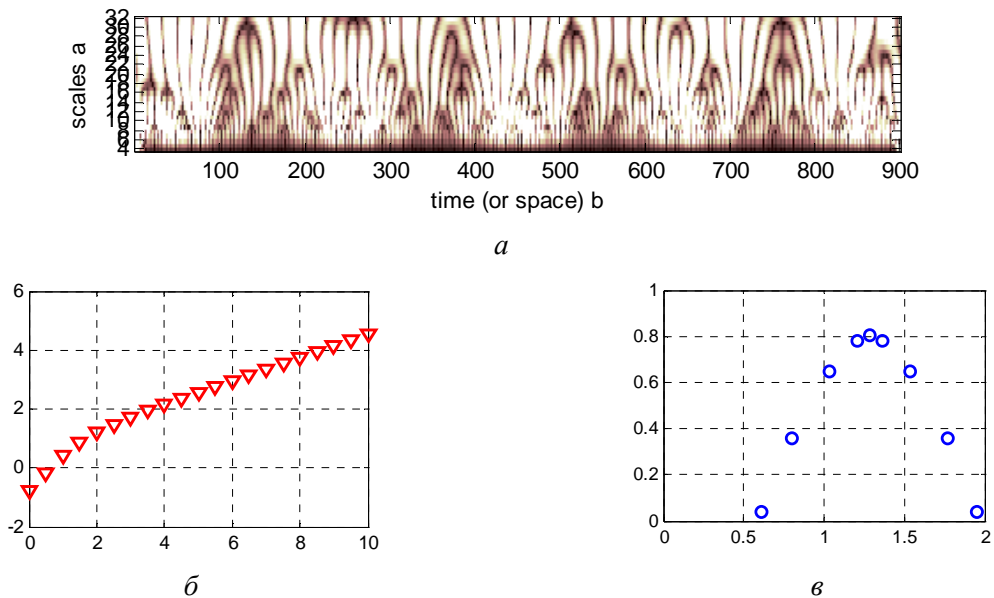


Рис. 3. Результат расчета мультифрактальных характеристик методом вейвлет-преобразований.

Полученные скелетон, скейлинговая экспонента и спектр сингулярностей позволяют сделать вывод, что анализируемый сигнал имеет сложный скейлинг и обладает мультифрактальными характеристиками.

Диалоговые окна метода Херста и методе Фурье представлены на рис. 4.

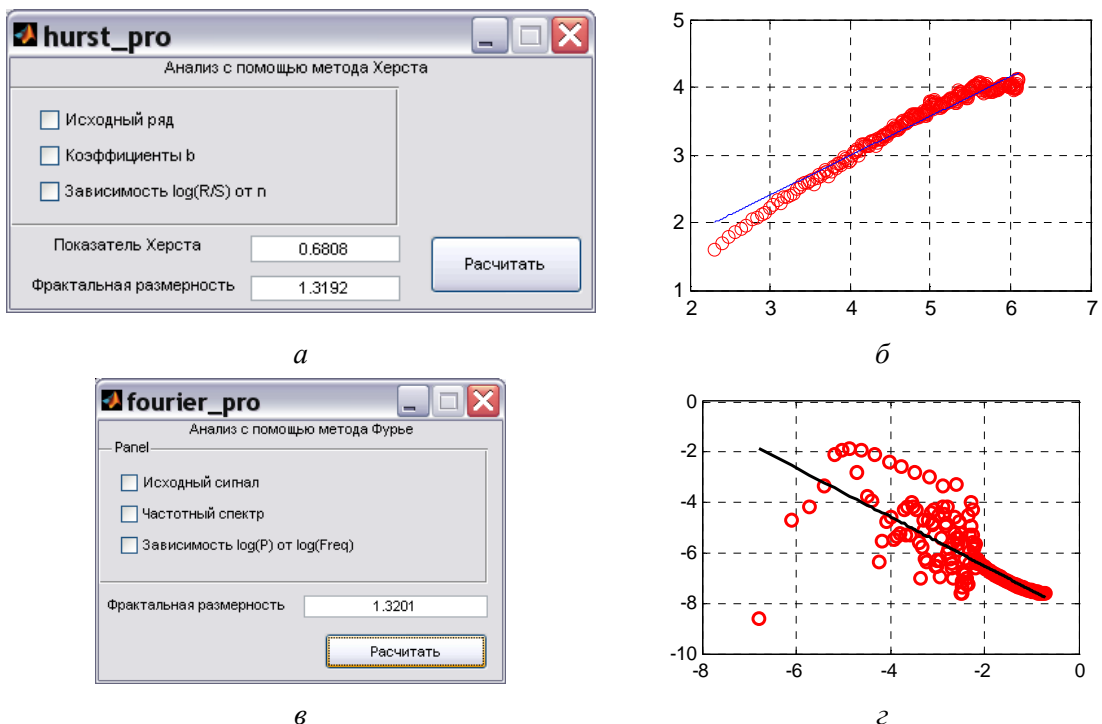


Рис. 4. Диалоговые окна и результаты расчета методом Херста – *a, б*; методом Фурье – *в, г*.

В методе Херста временной ряд разбивается на смежные классы, а затем вычисляется среднее значение нормированного размаха. Показатель Херста может быть вычислен посредством проведения линейной регрессии для логарифмической зависимости нормированного размаха от длины отрезка разбиения. Наклон прямой и является оценкой показателя Херста. Этот показатель в свою очередь связан с фрактальной размерностью [4]. Метод Фурье заключается в разложении в ряд Фурье анализируемого сигнала, который дает на выходе значения амплитуды и фазы для некоторого фиксированного ряда частот, по которому происходит разложение анализируемой кривой. Анализ частотного спектра мощности позволяет получить величину фрактальной размерности для исследуемой кривой [2].

Алгоритм метода мультифрактального флуктуационного анализа (МФФА) сводится к последовательности выполнения следующих шагов [5]. Сначала из ряда выделяется флуктуационный профиль, который разделяют по непересекающимся сегментам, число которых равно целому значению. На следующем шаге вводится деформированная дисперсия. Затем, изменяя временную шкалу при фиксированном показателе деформации, вычисляется флуктуационная функция ($F(s)$), позволяющая найти обобщенный показатель Херста ($h(q)$). Далее от показателя Херста осуществляется переход к массовому показателю ($\tau(q)$) и спектральной функции ($f(alf)$).

Анализ функции Вейерштрасса методом мультифрактального флуктуационного анализа показывает, что данный сигнал является мультифракталом.

Таким образом, программа мультифрактального анализа динамических характеристик физических систем позволяет получить информацию о фрактальных и мультифрактальных характеристиках изучаемого физического процесса.

Заключение

Динамические данные ряда физических явлений обнаруживают фрактальность, для расчета размерности таких процессов можно использовать методы Фурье и Херста, для выявления сложных скейлинговых свойств применимы метод мультифрактального флуктуационного анализа, а также метод максимумов-модулей коэффициентов вейвлет-преобразования. Разработанное программное приложение позволяет комплексно исследовать и фрактальные и мультифрактальные свойства исследуемого физического процесса по данным динамических характеристик.

1. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2013611381. Программа мультифрактального анализа динамических характеристик физических систем / Т.К. Барабаш, А.Г. Масловская; Амурский гос. ун-т.

2. Короленко, П.В., Маганова, М.С., Меснянкин, А.В. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике. Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет-преобразования. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова; НИИ ЯФ им. Д.В. Скобельцына, 2004. – 200 с.

3. Павлов, А.Н., Анищенко, В.С. Мультифрактальный анализ сложных сигналов // УФН. – 2007. – Т. 177, № 8. – С. 859-872.

4. Федер, Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 262 с.

5. Олемской, А.И. Синергетика сложных систем: Феноменология и статистическая теория – М.: Красандр, 2009. – 384 с.