4. Попов, И.П. О пространственной конфигурации вихревого электрического поля // Вестник Курганского гос. ун-та.– 2009. – Вып. 2, № 1 (15). – С. 50-51.
5. Попов, И.П. Дуально-инверсный аналог силы Ампера для магнитопровода с изменяющимся магнитным потоком, находящегося в электрическом поле // Вестник Курганского гос. ун-та. – 2009. – Вып. 2, № 1 (15). – С. 51-52.
6. Попов, И.П. Разновидности оператора набла // Вестник Амурского гос. ун-та. – 2015. – Вып. 71. – С. 20-32.
7. Попов, И.П. О некоторых операциях над векторами // Вестник Волгоградского гос. ун-та. – Серия 1: Математика. Физика. – 2014. – № 5 (24). – С. 55-61.
8. Попов, И.П. Поверхностные градиент, дивергенция и ротор // Вестник Псковского гос. ун-та. – Естественные и физико-математические науки. – 2014. – Вып. 5. – С. 159-172.
9. Богданов, Ю.С. Лекции по математическому анализу. – Ч. 2. – Минск: Изд-во БГУ, 1978. – 384 с.
10. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. – Т. 2. – Изд. 13-е. – М.: Наука, 1985. – 560 с.

УДК 517.922.519.21

В.А. Труфанов, Т.В. Труфанова, М.Д. Штыкин

ДЕЙСТВИЕ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА НА ПРОЦЕСС $\xi_\lambda(t)$

В статье рассматривается нахождение решения линейного неоднородного дифференциального уравнения в виде осциллятора, правой частью которого является процесс $\xi_\lambda(t)$

Ключевые слова: R-гармонический, случайный процесс, осциллятор, линейный оператор, дифференциальное уравнение.

EFFECT OF THE LINEAR OPERATOR ON PROCESS $\xi_\lambda(t)$

The paper deals with the solution of a linear nonhomogeneous differential equation in the form of an oscillator, the right part of which is the process $\xi_\lambda(t)$**.**

Key words: R-harmonic, casual process, oscillator, linear operator, differential equation.

В приложениях приходится исследовать случайные процессы, получающиеся в результате применения более сложных математических операций (символически обозначаемые оператором) к случайным процессам, характеристики которых известны.

Важный класс линейных операторов можно представить в виде:

$$\eta(t) = \int_{t_0}^{t} K(t,t_1)\xi(t_1)dt_1, \tag{1}$$

где $\xi(t_1)$ – процесс, к которому применяется данный оператор; $K(t,t_1)$ – известная функция, вид которой и определяет свойство оператора. В частном случае, когда функция $K(t,t_1)$ является функцией разности своих аргументов, формула (1) принимает вид:

$$\eta(t)=\int_{t_0}^{t}K(t-t_1)\xi(t_1)dt_1. \tag{2}$$

Интерес к этим операторам определяется тем, что к ним сводится нахождение интеграла линейного неоднородного дифференциального уравнения, правой частью которого является процесс $\xi(t)$. Так, оператор (1) соответствует решению линейного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами, а оператор вида (2) – решению дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, на котором и остановимся подробнее.

Рассмотрим дифференциальное уравнение вида осциллятора

$$x^{(k)}(t)+a^k x(t)=\xi_\lambda(t), \tag{3}$$

в правой части которого *R*-гармонический случайный процесс $\xi_\lambda(t)$ [1].

Покажем, что функцию $K(t,t_1)$ можно выбрать так, что интеграл $x(t)$ данного уравнения может быть представлен в виде:

$$x(t)=\int_0^t K(t-t_1)\xi_\lambda(t)dt.$$

Утверждение. *Пусть имеем уравнение осциллятора k-го порядка (3), в правой части которого – случайный процесс* $\xi_\lambda(t)$ *с известными характеристикам. Тогда интеграл* $x(t)$ *данного уравнения может быть представлен в виде:*

$$x(t)=\int_0^t K(a(t-z))\xi_\lambda(z)dz-a^k\int_0^t K(a(t-z))S_z(z)dz+S_t,\ \text{где}\ S_t=\sum_{i=1}^{k}\frac{t^{i-1}x_{i-1}}{(i-1)!}$$

при начальных условиях $x(0)=x_0$, $\dot{x}(0)=x_1$, $\ddot{x}(0)=x_2$, …, $x^{(k-1)}=x_{k-1}$.

Доказательство. От задачи Коши для дифференциального уравнения перейдем к эквивалентному интегральному уравнению (эквивалентность понимается в том смысле, что если есть решение для интегрального уравнения, то оно будет решением и для дифференциального уравнения, и наоборот). Для этого проинтегрируем последовательно *k* раз уравнение (3).

Первое интегрирование приводит к результату:

$$x^{k-1}(t)+a^k\int_0^t x(s)ds=\int_0^t \xi_\lambda(s)ds+x_{k-1}.$$

Второе интегрирование:

$$x^{k-2}(t)+\frac{a^k}{1!}\int_0^t(\int_0^s x(z)dz)ds=\int_0^t(\int_0^s \xi_\lambda(z)dz)ds+\int_0^t x_{k-1}ds+x_{k-2}.$$

В этом выражении запишем двойные интегралы в виде повторных, к которым применим формулу Дирихле [2], изменяющую порядок интегрирования:

$$\int_0^t ds\int_0^s f(s,z)dz=\int_0^t dz\int_z^t f(z,s)ds, \tag{4}$$

где $f(s,z)$ – произвольная функция, непрерывная в треугольнике, ограниченном прямыми $z=0$, $s=t$, $s=z$.

Эту операцию будем проводить и в последующих шагах интегрирования. Получим:

$$x^{k-2}(t)+a^k\int_0^t(\int_z^t ds)x(z)dz=\int_0^t(\int_z^t ds)\xi_\lambda(z)dz+x_{k-1}\frac{t}{1!}+x_{k-2};$$

$$x^{k-2}(t)+\frac{a^k}{(2-1)!}\int_0^t (t-z)x(z)dz=\frac{1}{(2-1)!}\int_0^t (t-z)\xi_\lambda(z)dz+x_{k-1}\frac{t}{1!}+x_{k-2}.$$

Третье интегрирование:

$$x^{k-3}(t)+\frac{a^k}{(2-1)!}\int_0^t (\int_0^s (s-z)x(z)dz)ds=\frac{1}{(2-1)!}\int_0^t (\int_0^s (s-z)\xi_\lambda(z)dz)ds+\frac{x_{k-1}}{1!}\int_0^t sds+x_{k-2}\int_0^t ds+x_{k-3};$$

$$x^{k-3}(t)+\frac{a^k}{(2-1)!}\int_0^t (\int_z^t (s-z)ds)x(z)dz=\frac{1}{(2-1)!}\int_0^t (\int_z^t (s-z)ds)\xi_\lambda(z)dz+\frac{x_{k-1}}{2!}t^2+\frac{x_{k-2}}{1!}t+x_{k-3};$$

$$x^{k-3}(t)+\frac{a^k}{(3-1)!}\int_0^t (t-z)^2x(z)dz=\frac{1}{(3-1)!}\int_0^t (t-z)^2\xi_\lambda(z)dz+\frac{x_{k-1}}{2!}t^2+\frac{x_{k-2}}{1!}t+x_{k-3}.$$

И так далее. В результате после k-го интегрирования получим

$$x(t)+\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}x(z)dz=\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}\xi_\lambda(z)dz+\sum_{i=1}^{k}\frac{t^{i-1}x_{i-1}}{(i-1)!}.$$

В полученном выражении обозначим

$$S_t=\sum_{i=1}^{k}\frac{t^{i-1}x_{i-1}}{(i-1)!},$$

а само выражение перепишем в виде

$$x(t)=-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}x(z)dz+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}\xi_\lambda(z)dz+S_t. \tag{5}$$

Получено интегральное уравнение (5), в правой части которого первый интеграл – от искомого решения, второй интеграл – от процесса $\xi_\lambda(t)$, аналитическая структура которого известна, а третье слагаемое – сумма произведений от начальных условий и временного параметра t.

Будем искать решение методом итераций.

Для начала запишем значения для $x(z)$, используя уравнение (5):

$$x(z)=-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^z (z-s)^{k-1}x(s)ds+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^z (z-s)^{k-1}\xi_\lambda(s)ds+S_z.$$

Полученное значение $x(z)$ подставим в подынтегральное выражение первого интеграла в правой части уравнения (5).

Первая итерация:

$$x_1(t)=-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}\left[-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^z (z-s)^{k-1}x(s)ds+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^z (z-s)^{k-1}\xi_\lambda(s)ds+S_z\right]dz+$$

$$+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}\xi_\lambda(z)dz+S_t=\frac{a^{2k}}{[(k-1)!]^2}\int_0^t [\int_0^z (t-z)^{k-1}(z-s)^{k-1}x(s)ds]dz-$$

$$-\frac{a^k}{[(k-1)!]^2}\int_0^t [\int_0^z (t-z)^{k-1}(z-s)^{k-1}\xi_\lambda(s)ds]dz-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}S_z dz+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}\xi_\lambda(z)dz+S_z.$$

К двойным интегралам применяем формулу (4):

$$x_1(t)=\frac{a^{2k}}{[(k-1)!]^2}\int_0^t [\int_s^t (t-z)^{k-1}(z-s)^{k-1}dz]x(s)ds-\frac{a^k}{[(k-1)!]^2}\int_0^t [\int_s^t (t-z)^{k-1}(z-s)^{k-1}dz]\xi_\lambda(s)ds-$$

$$-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}S_z dz+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t (t-z)^{k-1}\xi_\lambda(z)dz+S_t. \tag{6}$$

Выделим внутренний интеграл из выражения (6), который затем преобразуем подстановкой $z-s=v$.

$$\int_0^t (t-z)^{k-1}(z-s)^{k-1}dz = \int_0^{t-z}(t-s-v)^{k-1}v^{k-1}dv = \int_0^{t-z}[\sum_{j=0}^{k-1}(-1)^j C_{k-1}^j (t-s)^{k-1-j}v^j dv =$$
$$=[(t-s)^{k-1}\frac{v^k}{k}-(k-1)(t-s)^{k-2}\frac{v^{k+1}}{k+1}+C_{k-1}^2(t-s)^{k-3}\frac{v^{k+2}}{k+2}-\ldots+(-1)^{k-1}\frac{v^{2k-1}}{2k-1}]_{v=0}^{v=t-s} =$$
$$=(t-s)^{2k-1}(\frac{1}{k}-\frac{k-1}{k+1}+\frac{C_2^{k-1}}{k+2}-\ldots+\frac{(-1)^{k-1}}{2k-1})=(t-s)^{2k-1}\sum_{j=0}^{k-1}\frac{(-1)^j C_j^{k-1}}{j+k}= \quad (7)$$
$$=(t-s)^{2k-1}\frac{(k-1)!}{k(k+1)\ldots(2k-1)}.$$

Подставляем найденное значение внутреннего интеграла (7) в (6):

$$x_1(t)=\frac{a^{2k}}{(2k-1)!}\int_0^t (t-s)^{2k-1}x(s)ds-\frac{a^k}{(2k-1)!}\int_0^t (z-s)^{2k-1}\xi_\lambda(s)ds-$$
$$-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^t (z-s)^{k-1}S_s ds+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t (z-s)^{k-1}\xi_\lambda(s)ds+S_t. \quad (8)$$

Выразим $x(s)$, используя выражение (8):

$$x(s)=x_1(s)=\frac{a^{2k}}{(2k-1)!}\int_0^s (s-z)^{2k-1}x(z)dz-\frac{a^k}{(2k-1)!}\int_0^s (s-z)^{2k-1}\xi_\lambda(z)dz-$$
$$-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^s (s-z)^{k-1}S_z dz+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^s (t-s)^{k-1}\xi_\lambda(z)dz+S_s,$$

и подставим это значение в подынтегральное выражение первого интеграла в правой части (8).

Вторая итерация: используем те же операции и преобразования, что и в первой итерации.

$$x_2(t)=\frac{a^{2k}}{(2k-1)!}\int_0^t (t-s)^{2k-1}[\frac{a^{2k}}{(2k-1)!}\int_0^s (s-z)^{2k-1}x(z)dz-\frac{a^k}{(2k-1)!}\int_0^s (s-z)^{2k-1}\xi_\lambda(z)dz-$$
$$-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^s (s-z)^{k-1}S_z dz+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^s (t-s)^{k-1}\xi_\lambda(z)dz+S_z]ds-$$
$$-\frac{a^k}{(2k-1)!}\int_0^t (z-s)^{2k-1}\xi_\lambda(s)ds-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^t (t-s)^{k-1}S_s ds+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t (t-s)^{k-1}\xi_\lambda(s)ds+S_t.$$

Далее:

$$x_2(t)=\frac{a^{4k}}{[(2k-1)!]^2}\int_0^t[\int_0^s (t-s)^{2k-1}(s-z)^{2k-1}x(z)dz]ds-\frac{a^{3k}}{[(2k-1)!]^2}\int_0^t[\int_0^s (t-s)^{2k-1}(s-z)^{2k-1}\xi_\lambda(z)dz]ds-$$
$$-\frac{a^{3k}}{(2k-1)!(k-1)!}\int_0^t[\int_0^s (t-s)^{2k-1}(s-z)^{k-1}S_z dz]ds+\frac{a^{2k}}{(2k-1)!(k-1)!}\int_0^t[\int_0^s (t-s)^{2k-1}(s-z)^{k-1}\xi_\lambda(z)dz]ds+$$
$$+\frac{a^{2k}}{(2k-1)!}\int_0^t (t-s)^{2k-1}S_s ds-\frac{a^k}{(2k-1)!}\int_0^t (t-s)^{2k-1}\xi_\lambda(s)ds-\frac{a^k}{(k-1)!}\int_0^t (t-s)^{k-1}S_s ds+$$
$$+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t (t-s)^{k-1}\xi_\lambda(s)ds+S_t$$

Окончательно получаем:

$$x_3(t)=\frac{a^{4k}}{[(2k-1)!]^2}\int_0^t[\int_z^t(t-s)^{2k-1}(s-z)^{2k-1}ds]x(z)dz-$$
$$-\frac{a^{3k}}{[(2k-1)!]^2}\int_0^t[\int_z^t(t-s)^{2k-1}(s-z)^{2k-1}ds]\xi_\lambda(z)dz-\frac{a^{3k}}{(2k-1)!(k-1)!}\int_0^t[\int_z^t(t-s)^{2k-1}(s-z)^{k-1}ds]S_zdz+$$
$$+\frac{a^{2k}}{(2k-1)!(k-1)!}\int_0^t[\int_z^t(t-s)^{2k-1}(s-z)^{k-1}ds]\xi_\lambda(z)dz+\frac{a^{2k}}{(2k-1)!}\int_0^t(t-s)^{2k-1}S_sds- \quad (9)$$
$$-\frac{a^{k}}{(2k-1)!}\int_0^t(t-s)^{2k-1}\xi_\lambda(s)ds-\frac{a^{k}}{(k-1)!}\int_0^t(t-s)^{k-1}S_sds+\frac{1}{(k-1)!}\int_0^t(t-s)^{k-1}\xi_\lambda(s)ds+S_t.$$

Вычисление внутреннего интеграла $\int_z^t(t-s)^{2k-1}(s-z)^{2k-1}ds$ рассматривалось в первой итерации (7), поэтому сразу запишем результат:

$$\int_z^t(t-s)^{2k-1}(s-z)^{2k-1}ds=(t-z)^{4k-1}\frac{(2k-1)!}{2k(2k+1)\ldots(4k-1)}. \quad (10)$$

Остановимся на вычислении внутреннего интеграла другого вида, $\int_z^t(t-s)^{2k-1}(s-z)^{k-1}ds,$ к которому применим подстановку $z-s=v$. Получим

$$\int_z^t(t-s)^{2k-1}(s-z)^{k-1}ds=\int_0^{t-z}(t-s-v)^{2k-1}v^{k-1}dv=\int_0^{t-z}[\sum_{j=0}^{2k-1}(-1)^jC_{2k-1}^j(t-s)^{2k-1-j}v^jdv=$$
$$=(t-z)^{3k-1}\sum_{j=0}^{2k-1}\frac{(-1)^jC_j^{2k-1}}{j+k}=(t-s)^{3k-1}\frac{(2k-1)!}{k(k+1)\ldots(3k-1)} \quad (11)$$

Подставим результаты вычисления внутренних интегралов (10) и (11) в соответствующие им двойные интегралы в выражении (9). Запишем окончательный результат второй итерации:

$$x_2(t)=\frac{a^{2^2k}}{(2^2k-1)!}\int_0^t(t-z)^{2^2k-1}x(z)dz-\frac{a^{3k}}{(2^2k-1)!}\int_0^t(t-z)^{2^2k-1}\xi_\lambda(z)dz-$$
$$-\frac{a^{3k}}{(3k-1)!}\int_0^t(t-z)^{3k-1}S_zdz+\frac{a^{2k}}{(3k-1)!}\int_0^t(t-z)^{3k-1}\xi_\lambda(z)dz+\frac{a^{2k}}{(2k-1)!}\int_0^t(t-z)^{2k-1}S_zdz-$$
$$=\frac{a^{2^2k}}{(2^2k-1)!}\int_0^t(t-z)^{2^2k-1}x(z)dz+\sum_{j=0}^{2^2-1}\frac{(-1)^ja^{kj}}{[k(j+1)-1]!}\int_0^t(t-z)^{k(j+1)-1}\xi_\lambda(z)dz+ \quad (12)$$
$$+\sum_{i=0}^{2^2-1}\frac{(-1)^ia^{ki}}{(ki-1)!}\int_0^t(t-z)^{ki-1}S_zdz+S_t.$$

Продолжаем последовательно выполнять третью и так далее итерации.

Обобщая эти действия, приходим к уравнению, выражающему результат n-й итерации.

n-я итерация:

$$x_n(t)=\frac{a^{2^nk}}{(2^nk-1)!}\int_0^t(t-z)^{2^nk-1}x(z)dz+\sum_{j=0}^{2^n-1}\frac{(-1)^ja^{kj}}{[k(j+1)-1]!}\int_0^t(t-z)^{k(j+1)-1}\xi_\lambda(z)dz+$$
$$+\sum_{i=0}^{2^n-1}\frac{(-1)^ia^{ki}}{(ki-1)!}\int_0^t(t-z)^{ki-1}S_zdz+S_t. \quad (13)$$

Запишем $x(t)$, являющееся предельным значением $x_n(t)$ при $n\to\infty$. Но прежде рассмотрим предельное поведение дроби

$$\frac{a^{k2^n}(t-z)^{k2^n-1}}{(k2^n-1)!}, n\to\infty, \tag{14}$$

входящей в первое слагаемое выражения $x_n(t)$ (13).

В (14) $t-z<\infty$ (ограничено справа), а слева $t-z>1$, так как при $t-z<1$ это значение может повлиять лишь на усиление сходимости. Введем обозначения $t-z=b$ и $k2^n-1=m$ для (14), получим

$$\frac{a^{k2^n}(t-z)^{k2^n-1}}{(k2^n-1)!}=\frac{a^{m+1}b^m}{m!}=a\frac{(ab)^m}{m!}=av_m.$$

Запишем $m+1$ член последовательности

$$v_{m+1}=\frac{ab}{m+1}v_m. \tag{15}$$

Найдется такое значение m_0, что при $m\ge m_0$, $\frac{ab}{m+1}<1$.

Следовательно, при $m\ge m_0$, $v_{m+1}<v_m$, что определяет сходимость последовательности $\{v_m\}$ справа, снизу она ограничена нулем. Отсюда следует существование предела $\lim\limits_{m\to\infty}v_m=\alpha$. Теперь возьмем пределы от обеих частей равенства (15) при $m\to\infty$, получим $\alpha=\alpha\cdot 0$. Отсюда $\alpha=0$.

В итоге первое слагаемое выражения (13), в котором и $x(t)<\infty$, как решение уравнения осциллятора, при $n\to\infty$ равно нулю.

Итак, запишем предельное значение $x_n(t)$ при $n\to\infty$.

$$x(t)=\int_0^t\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j a^{kj}}{[k(j+1)-1]!}(t-z)^{k(j+1)-1}\xi_\lambda(z)dz+\int_0^t\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^i a^{ki}}{(ki-1)!}(t-z)^{ki-1}S_z dz+S_t \tag{16}$$

В выражении (16) из первого слагаемого (для второго – будет аналогичный результат) возьмем подынтегральное выражение

$$\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j a^{kj}}{[k(j+1)-1]!}(t-z)^{k(j+1)-1} \tag{17}$$

и преобразуем его к функции типа Миттаг-Леффлера [3]. Для этого продифференцируем выражение (17) $k-1$ раз и обозначим через $M(a(t-z))$, получим

$$\begin{aligned}M(a(t-z))&=\frac{d^{k-1}}{(dt)^{k-1}}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j a^{kj}}{[k(j+1)-1]!}(t-z)^{k(j+1)-1}=\\&=1-\frac{a^k(t-z)^k}{k!}+\frac{a^{2k}(t-z)^{2k}}{(2k)!}-\ldots+(-1)^n\frac{a^{nk}(t-z)^{nk}}{(nk)!}+\ldots=\\&=\frac{1}{k}(e^{-\omega_0 a(t-z)}+e^{-\omega_1 a(t-z)}+\ldots+e^{-\omega_{k-1}a(t-z)}),\end{aligned} \tag{18}$$

где $\omega_i, i=\overline{0,k-1}$ – корни k–й степени из единицы.

Компенсируем проведенное дифференцирование $k-1$ раз интегрированием $k-1$ раз для выражения (18) и обозначим результат через $K(a(t-z))$, получим

$$K(a(t-z))=\underbrace{\int_0^t\ldots\int_0^t}_{k-1}M(a(\tau-z))(d\tau)^{k-1}. \tag{19}$$

Заменим бесконечные суммы под знаком обоих интегралов в (17) на значение (19):

$$x(t)=\int_0^t K(a(t-z))\xi_\lambda(z)dz + a^k\int_0^t K(a(t-z))S_z dz + S_t \qquad (20)$$

Итак, получено решение (20) уравнения осциллятора (1) в виде линейного неоднородного оператора. Если задаться нулевыми начальными условиями, то решение будет иметь вид линейного однородного оператора $x(t)=\int_0^t K(a(t-z))\xi_\lambda(z)dz.$

---

1. Турбин, А.Ф., Труфанов, В.А. Свойства *R*-гармонических случайных процессов // Дальневосточный математический сборник. – Владивосток: Дальнаука ДВО РАН, 1997. – Вып. 4. – С. 34-38.

2. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука, 1970. – Т. III. – 656 с.

3. Бейтмен, Г. Высшие трансцендентные функции / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М.: Наука, 1967. – Т. 3. – 300 с.

УДК 542

А.В. Бушманов, Д.Г.Горюнов

РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ЛАБОРАТОРИИ ДЛЯ СМЕШИВАНИЯ ЯДОХИМИКАТОВ

В настоящее время область разработки автоматизированных лабораторий мало освещена. В работе рассматривается разработка прототипа роботизированной лаборатории для смешивания ядохимикатов, алгоритмы передвижения, предназначенного для перемещения роботизированного манипулятора. Написан и оттестирован программный код для решения поставленных задач.

Ключевые слова: микроконтроллер, манипулятор, лаборатория, программное обеспечение.

DEVELOPMENT OF AN AUTOMATED LABORATORY FOR MIXING POISONOUS CHEMICALS

At present the area of development of automated laboratories is practically unexplored. In this paper we consider the development of a prototype of a robotic laboratory for mixing poisonous chemicals, movement algorithms designed to manipulate the robotic arm. A program code for solving these tasks has been developed and tested.

Key words: microcontroller, robotic arm, virtual realization, software.

Введение

В настоящее время бóльшую часть повторяющихся работ выполняют различные роботы-манипуляторы. Так, для смешивания химических соединений используют специализированных роботов, предназначенных для переливания определенного количества жидкостей в различные емкости. Главной