

Т.Т. Джунуев, А.Н. Козлов

МАКРОМОДЕЛИ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ И ГРУППЫ МАШИН В СИСТЕМАХ ОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

В статье рассматриваются итерационные модели синхронной машины и группы машин, основанные на применении интеграла Дюамеля.

Ключевые слова: электроэнергетические системы, моделирование переходных процессов, резистивные уравнения, макромодел, численные методы.

MACROMODEL SYNCHRONOUS MACHINES AND MACHINES IN SYSTEMS GROUP LIMITED POWER

The article deals with the iterative model of the synchronous machine and a group of machines based on the application of the Duhamel integral.

Key words: electric power systems, modeling of transient processes, resistive equation, macro model, numerical methods.

Синхронные машины (СМ) являются важнейшими элементами электроэнергетической системы, поведение которых самым существенным образом определяет характер переходных процессов в энергосистеме.

Полные дифференциальные уравнения Горева-Парка синхронной машины в собственных d и q осях, при обычно используемых в практике энергетических расчетов допущениях [1], записанные в системе относительных единиц, имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_d = -P\Psi_d - \Psi_q P\gamma - r i_d \\ U_q = -P\Psi_q + \Psi_d P\gamma - r i_q \\ U_{fd} = P\Psi_{fd} + r_f i_{fd} \\ 0 = P\Psi_{1d} + r_{1d} i_{1d} \\ \dots\dots\dots \\ 0 = P\Psi_{kd} + r_{kd} i_{kd} \\ U_{fq} = P\Psi_{fq} + r_f i_{fq} \\ 0 = P\Psi_{1q} + r_{1q} i_{1q} \\ \dots\dots\dots \\ 0 = P\Psi_{kq} + r_{kq} i_{kq} \end{array} \right. \quad (1)$$

где $P = \frac{d}{dt}$; r , r_f , r_{kd} , r_{kq} – активное сопротивление обмотки статора, обмотки возбуждения, k -го продольного и k -го поперечного демпферных контуров; k – число демпферных контуров по d и q осям; $\gamma = \omega t + \gamma_0$ – параметр, являющийся функцией времени и отражающий вращение ротора с угловой скоростью ω , которая в общем случае может быть переменной.

В основу математического моделирования явлений, имеющих место в синхронной машине, приняты допущения, представляющие собой линейные зависимости между потокосцеплениями контуров и протекающими в них токами:

$$\begin{aligned}
 \Psi_d &= L_\sigma i_d + L_{ad} (i_d + i_{fd} + i_{1d} + \dots + i_{kd}) \\
 \Psi_q &= L_\sigma i_q + L_{aq} (i_q + i_{fq} + i_{1q} + \dots + i_{kq}) \\
 \Psi_{fd} &= L_{\sigma f} i_{fd} + L_{ad} (i_d + i_{fd} + i_{1d} + \dots + i_{kd}) \\
 \Psi_{1d} &= L_{\sigma 1d} i_{1d} + L_{ad} (i_d + i_{fd} + i_{1d} + \dots + i_{kd}) \\
 &\dots\dots\dots \\
 \Psi_{kd} &= L_{\sigma kd} i_{kd} + L_{ad} (i_d + i_{fd} + i_{1d} + \dots + i_{kd}) \\
 \Psi_{fq} &= L_{\sigma f} i_{fq} + L_{aq} (i_q + i_{fq} + i_{1q} + \dots + i_{kq}) \\
 \Psi_{1q} &= L_{\sigma 1q} i_{1q} + L_{aq} (i_q + i_{fq} + i_{1q} + \dots + i_{kq}) \\
 &\dots\dots\dots \\
 \Psi_{kq} &= L_{\sigma kq} i_{kq} + L_{aq} (i_q + i_{fq} + i_{1q} + \dots + i_{kq})
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где $\Psi_d, \Psi_q, \Psi_{fd}, \Psi_{kd}, \Psi_{kq}$ – результирующие потокосцепления соответствующих обмоток; L_{ad}, L_{aq} – индуктивности обмотки статора в продольной и поперечной осях; L_f, L_{fd} и L_{fq} – индуктивности обмотки возбуждения, продольного и поперечного эквивалентных демпферных контуров.

Приведенным уравнениям переходных процессов в обмотках статора и ротора, а также уравнениям потокосцеплений можно поставить в соответствие схемы замещения в виде электрических цепей, приведенные на рис. 1.

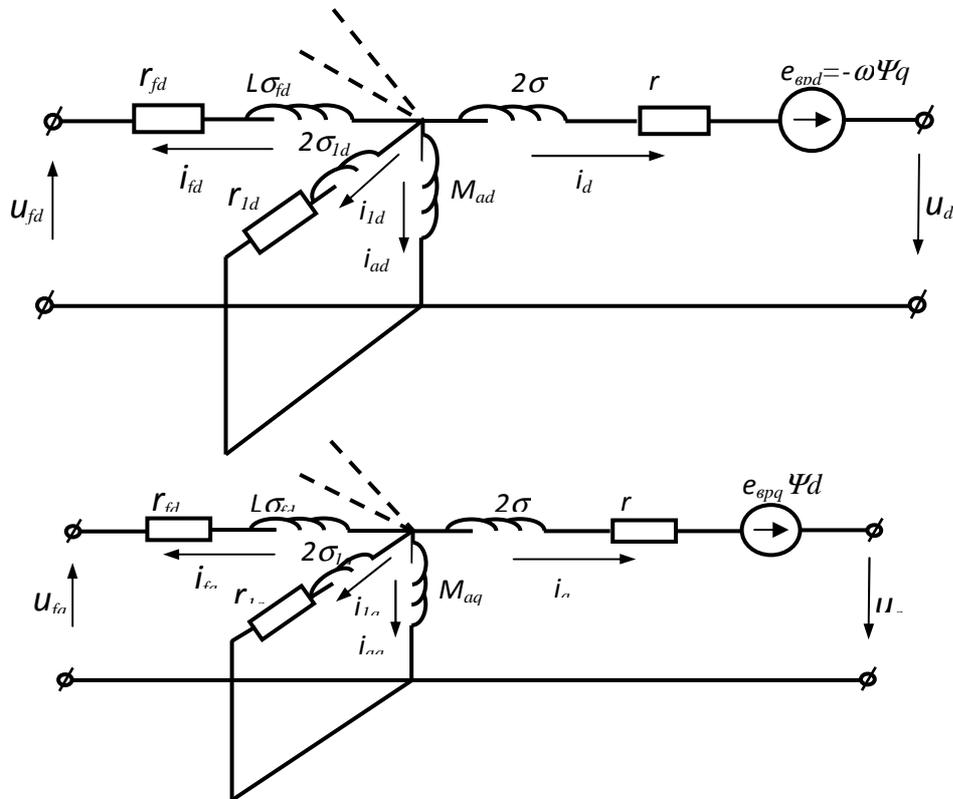


Рис. 1. Схемы замещения машины по осям d и q .

На основании интеграла Дюамеля для данных RL -схем представим их резистивные схемы замещения – рис. 2 [2].

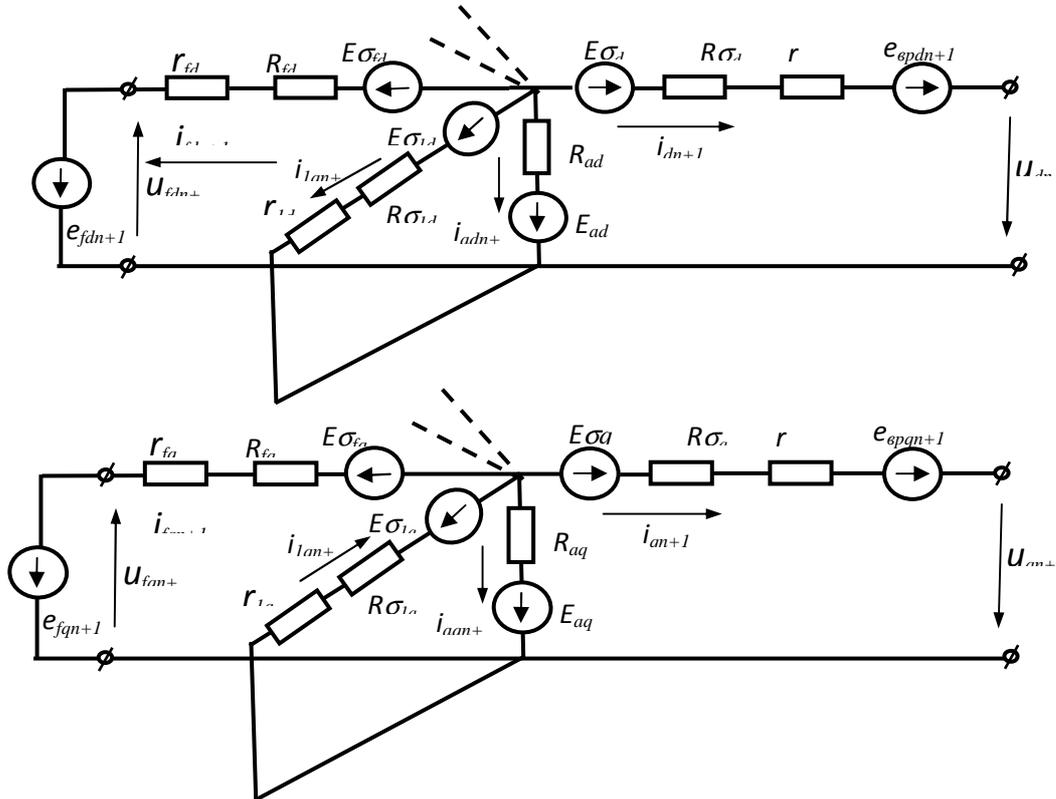


Рис.2. Резистивные схемы замещения машины по осям d и q .

Расчетные формулы параметров синтетической схемы замещения RL -цепей зависят от принятого метода численного решения.

Так, например, формулы для расчета параметров макромодели индуктивности обмотки возбуждения L_{σ} имеют вид:

при использовании неявного метода Эйлера[3]:

$$\begin{aligned} R_{fd} &= \frac{L_{\sigma fd}}{\Delta t}, & E_{\sigma fd} &= \frac{i_{fdn} \cdot L_{\sigma fd}}{\Delta t}, \\ R_{fq} &= \frac{L_{\sigma fq}}{\Delta t}, & E_{\sigma fq} &= \frac{i_{fqn} \cdot L_{\sigma fq}}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (3)$$

при использовании метода трапеций:

$$\begin{aligned} R_{fd} &= \frac{2L_{\sigma fd}}{\Delta t}, & E_{\sigma fd} &= \frac{i_{fdn} \cdot 2L_{\sigma fd}}{\Delta t} + u_{\sigma fdn}, \\ R_{fq} &= \frac{2L_{\sigma fq}}{\Delta t}, & E_{\sigma fq} &= \frac{i_{fqn} \cdot 2L_{\sigma fq}}{\Delta t} + u_{\sigma fqn}, \end{aligned} \quad (4)$$

где токи i_{fdn} , i_{fqn} и напряжения u_{fdn} , u_{fqn} известны из предыдущего шага интегрирования.

Аналогично записываются выражения для расчета макромодели остальных реактивностей схемы замещения машины.

На основе макромодели одиночной электрической машины, описываемой уравнением (2), и матрицы преобразования координат (5):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{d}_l \\ \hat{q}_l \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\sigma^{i1} & \sin\sigma^{i1} \\ -\sin\sigma^{i1} & \cos\sigma^{i1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_i \\ q_i \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} d_i \\ q_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\sigma^{i1} & \sin\sigma^{i1} \\ -\sin\sigma^{i1} & \cos\sigma^{i1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{d}_l \\ \hat{q}_l \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

запишем разностные уравнения переходных процессов в системе группы машин, работающих параллельно на общие шины:

$$\begin{aligned} 1) & -i_d^1 + \sum_{k=2}^n (i_d^k \cdot \cos\sigma_{n+1}^{k1} + i_q^k \cdot \sin\sigma_{n+1}^{k1}) - i_d^c = 0, \\ 2) & E_{ad}^1 - E_{rd}^1 - (R_{rd}^1 + R_{ad}^1) \cdot i_{ad}^1 - R_{rd}^1 \cdot i_d^1 = 0, \\ 3) & -i_q^1 + \sum_{k=2}^n (-i_d^k \cdot \sin\sigma_{n+1}^{k1} + i_q^k \cdot \cos\sigma_{n+1}^{k1}) - i_q^c = 0, \\ 4) & E_{aq}^1 - E_{rq}^1 - (R_{rq}^1 + R_{aq}^1) \cdot i_{aq}^1 - R_{rq}^1 \cdot i_q^1 = 0, \\ 5) & E_{\omega}^1 - \omega_{n+1}^1 R_j^1 - M_T^1 (\omega_{n+1}^1) + (i_d^1 L_{\sigma d}^1 - i_{ad}^1 M_{ad}^1) i_q^1 - (i_q^1 L_{\sigma q}^1 - i_{aq}^1 M_{aq}^1) i_d^1 = 0, \\ n+1) & E_{rd}^1 - (R_{rd}^k + R_{\sigma d}^k) i_d^k + \omega_{n+1}^k (i_q^k L_{\sigma q}^k - i_{aq}^k M_{aq}^k) + u_d^{1k} = 0, \\ n+2) & E_{ad}^k - E_{rd}^k - (R_{rd}^k + R_{ad}^k) \cdot i_{ad}^k - R_{rd}^k \cdot i_d^k = 0, \\ n+3) & E_{rq}^1 - (R_{rq}^k + R_{\sigma q}^k) i_q^k + \omega_{n+1}^k (i_d^k L_{\sigma d}^k - i_{ad}^k M_{ad}^k) + u_q^{1k} = 0, \\ n+4) & E_{aq}^k - E_{rq}^k - (R_{rq}^k + R_{aq}^k) \cdot i_{aq}^k - R_{rq}^k \cdot i_q^k = 0, \\ n+5) & E_{\omega}^k - \omega_{n+1}^k R_j^k - M_T^k (\omega_{n+1}^k) + (i_d^k L_{\sigma d}^k - i_{ad}^k M_{ad}^k) i_q^k - (i_q^k L_{\sigma q}^k - i_{aq}^k M_{aq}^k) i_d^k = 0, \\ \delta_{n+1}^{k1} &= \delta_n^{k1} - \left[(\omega_{n+1}^k - \omega_{n+1}^1) + (\omega_n^k - \omega_n^1) \right] \frac{\Delta t}{2} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где верхний индекс обозначает номер генератора; нижний индекс $(n+1)$ – для переменных: i_d , i_q , i_{ad} , i_{aq} , u_d , u_q – опущен для упрощения записи; δ^{k1} – взаимный угол между соответствующими d , q осями k -го и первого генераторов; Δt – шаг численного интегрирования; i_d^c , i_q^c – составляющие тока сети (примыкающей к генераторному узлу) в собственных d , q осях первого генератора; u_d^{1k} , u_q^{1k} – составляющие напряжения генераторного узла в d , q осях k -го генератора, определяемые как:

$$\begin{aligned} u_d^{1k} &= u_d^1 \cdot \cos\delta_{n+1}^{k1} - u_q^1 \cdot \sin\delta_{n+1}^{k1}, \\ u_q^{1k} &= u_d^1 \cdot \sin\delta_{n+1}^{k1} + u_q^1 \cdot \cos\delta_{n+1}^{k1}, \\ u_d^1 &= -E_{rd}^1 - (R_{rd}^1 + R_{\sigma d}^1) i_d^1 - \omega_{n+1}^1 (i_q^1 L_{\sigma q}^1 - i_{aq}^1 M_{aq}^1), \\ u_q^1 &= -E_{rq}^1 - (R_{rq}^1 + R_{\sigma q}^1) i_q^1 + \omega_{n+1}^1 (i_d^1 L_{\sigma d}^1 - i_{ad}^1 M_{ad}^1). \end{aligned}$$

Порядок полученной системы разностных уравнений (6) составляет $(6N_T - 1)$, система содержит нелинейные и трансцендентные алгебраические уравнения. Как было отмечено выше, в таких случаях для решения необходимо использовать итерационные методы.

Отметим, что полученная математическая модель группы параллельно работающих машин, представляющая собой систему разностных уравнений (6), не разделяет переходный процесс на электромагнитный и электромеханический. Уравнения, описывающие как электромагнитные, так и электромеханические переходные процессы, решаются в рамках единой совместной системы.

На рис. 3 приведены осциллограммы изменения расчетных величин – э.д.с. генератора и напряжений на его выводах для случая трехфазного к.з., при неучете действия АРВ.

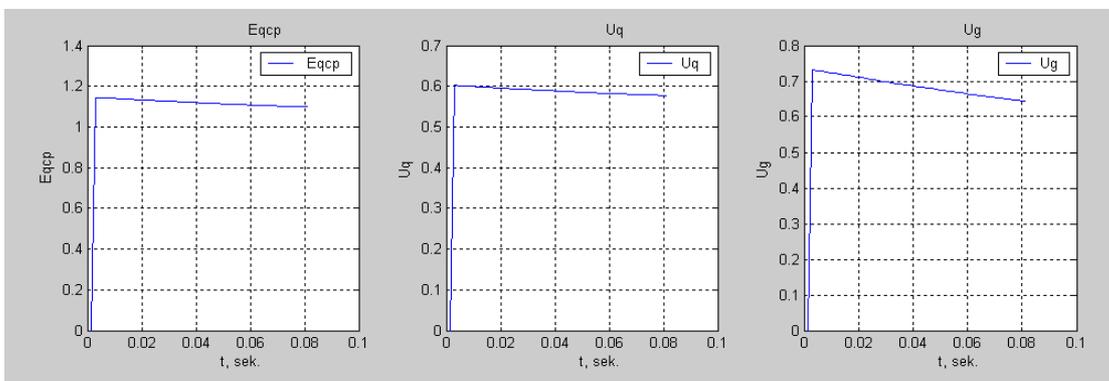


Рис. 3. Расчетные осциллограммы изменения сверхпереходной э.д.с. E_{qcp} и напряжений по осям d и q .

Из осциллограммы видно, что сверхпереходная э.д.с. E_q'' (E_{qcp}) уменьшается (АРВ отсутствует), снижаются и напряжение U по осям d и q : U_d , U_q . Результаты не противоречат теории электромагнитных и электромеханических переходных процессов.

Таким образом, для исследования и анализа переходных процессов в электроэнергетических системах ограниченной мощности можно использовать макромоделли ее отдельных элементов, реализуемые как системы с сосредоточенными параметрами.

В качестве основного метода формирования резистивных уравнений электроэнергетической системы ограниченной мощности целесообразно применять метод макромоделлирования, основанный на использовании интеграла Дюамеля.

1. Ульянов, С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах // Учебник для электроэнергетических и энергетических вузов и факультетов. – М.: Энергия, 1970.

2. Ракитский, Ю.В., Устинов, С.М., Черноуцкий, И.Г. Численные методы решения жестких систем. – М.: Наука, 1979. – 208 с.

3. Мак-Кракен, Д., Дорн, У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. – М.: Мир, 1977. – 584 с.