

УДК 519.853-519.632

В.В. Сельвинский

ВИБРАЦИОННОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ В ПРОЦЕССАХ ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ

Рассматривается задача о перемещении твердого тела по шероховатой плоскости, совершающей колебания (вибрации). Проводится анализ состояния проблемы в научной литературе, отмечаются достижения и недостатки в имеющихся работах, указываются перспективы дальнейших исследований.

Ключевые слова: уравнения равновесия, силы трения, вибрационное перемещение, главный вектор и главный момент внешних сил.

VIBRATORY DISPLACEMENT IN TRANSPORTATION PROCESSES

The article deals with the task of rigid body displacement on the rough plane making fluctuations (vibration). The author analyses the problem state in scientific literature, notes achievements and shortcomings of the available works, and specifies further researches perspectives.

Key words: equilibrium equations, friction forces, vibratory displacement, resultant vector and resultant moment of external forces.

1. Вибрационное перемещение материальной частицы

В теории вибрационного перемещения материальной частицы наиболее полно исследован случай прямолинейного относительного движения частицы по наклонной плоскости, совершающей поступательные колебания [1]. Такое движение частицы содержит этапы скольжения вперед и назад, этапы полета и относительного покоя. Наличие каждого из указанных этапов и порядок их чередования определяются параметрами системы «виброплоскость – частица».

Относительно координатных осей Oxz , жестко связанных с виброплоскостью (рис. 1), этапы скольжения частицы описываются уравнением:

$$m\ddot{x} = mg\sin\gamma + F_{\text{мрх}} + \Phi_x, \quad (1)$$

где m – масса частицы; γ – угол наклона плоскости; $F_{\text{мрх}} = -fN \text{Sign } \dot{x}$ ($\dot{x} \neq 0$) – сила трения; f – коэффициент трения скольжения; N – нормальная реакция плоскости; Φ_x – переносная сила инерции.

Нормальная реакция определяется выражением:

$$N = mg\cos\gamma - \Phi_z, \quad (2)$$

при $N < 0$ частица отрывается от плоскости и начинается этап полета.

Состояние покоя отвечает условиям:

$$\dot{x} = 0, \quad |F_{\text{мп}}| \leq f_0 N, \quad (3)$$

где f_0 – коэффициент трения покоя.

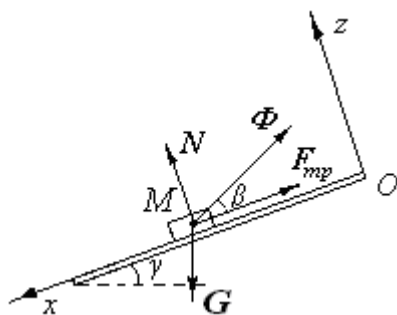


Рис. 1. Схема сил, действующих на материальную частицу, при прямолинейном движении.

Одной из основных характеристик вибрационного перемещения частицы является средняя скорость перемещения за период T колебаний плоскости:

$$v_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt,$$

определяющая характер и интенсивность процесса. В научной литературе по прямолинейному движению частицы по виброплоскости большей частью исследуется зависимость средней скорости перемещения v_{cp} от параметров процесса.

Определение v_{cp} связано с интегрированием нелинейного дифференциального уравнения (1), которое на каждом отдельном этапе движения является линейным и легко интегрируется. Сложность заключается в определении моментов перехода t_j от одного этапа движения частицы к другому. Наибольший практический интерес представляют режимы движения частиц, характеризующиеся циклическим чередованием этапов движения. Такие режимы, как правило, устанавливаются по истечении некоторого времени после попадания частицы на колеблющуюся поверхность. Здесь следует особо выделить так называемые регулярные режимы, в которых частица перемещается с постоянной в среднем за период скоростью. Выяснение характера, а также областей существования различных устойчивых установившихся режимов движения частицы является одной из основных задач теории.

Детально исследовано безотрывное движение частицы в случае гармонических прямолинейных колебаний плоскости, в котором

$$\Phi = mA\omega^2 \sin \omega t,$$

где A , ω – амплитуда и частота колебаний. Показано, что все регулярные режимы безотрывного движения имеют период переключений, совпадающий с периодом колебаний поверхности T , и если исключить тривиальный случай относительного покоя, могут быть всего четырех видов (с двумя подвидами А и Б, отвечающими режимам 3 и 4). В режимах 1, 3 и 4 имеются остановки частицы конечной продолжительности, а режим 2 характеризуется попеременным скольжением частицы вперед и назад с мгновенными остановками. В режимах 4А и 4Б частица скользит только в одном направлении, в то время как при прочих режимах имеются этапы скольжения как в положительном, так и в отрицательном направлении. Исследования на устойчивость показывают, что все возможные установившиеся режимы движения частицы устойчивы относительно моментов перехода t_j во всей области их существования. Здесь же приводится алгоритм определения средней скорости перемещения частицы для установившихся режимов.

Постановка задач вибрационного перемещения частицы вытекает из специфики исследуемых процессов. Так, производительность вибрационной транспортирующей машины определяется скоростью транспортирования грузов. Поэтому поиск оптимальных параметров процесса (угол вибрации, амплитуда, частота, форма колебаний и т.п.) при соответствующих ограничениях связан с обеспечением максимальной средней скорости транспортирования. Эта цель ставится в исследованиях режимов с подбрасыванием, при определении идеальных законов движения виброплоскости, при использовании двухкомпонентных колебаний виброплоскости.

В случае двумерного движения материальной частицы по виброплоскости этапы скольжения описываются уравнениями (рис. 2):

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= mg \sin \gamma + F_{\text{mрx}} + \Phi_x, \\ m\ddot{y} &= F_{\text{mрy}} + \Phi_y, \end{aligned} \quad (4)$$

где $F_{\text{mр}} = -f \cdot N \mathbf{v}^0$; $\mathbf{v}^0 = \frac{\mathbf{v}}{v}$, $\mathbf{v} \neq 0$; $N = mg \cos \gamma - \Phi_z$, \mathbf{v} – относительная скорость частицы.

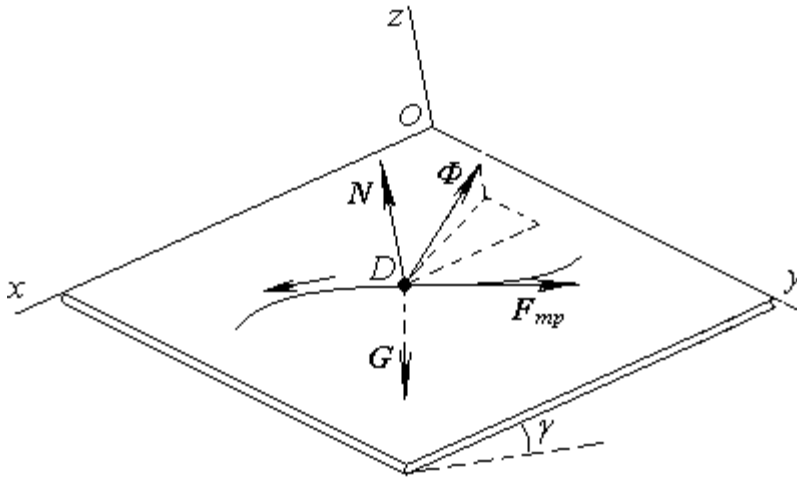


Рис. 2. Схема сил, действующих на материальную частицу, при плоском движении.

Состояние относительного покоя определяется условием, аналогичным (3):

$$v = 0, |F_{mp}| < f_0 N.$$

Уравнения (4) являются нелинейными и в общем случае не интегрируются в квадратурах. Известно только одно точное решение уравнений (4), отличное от решений, соответствующих прямолинейному движению и движению по неподвижной плоскости. Это решение классической задачи Жуковского о плоском расसेве [4]. В этой задаче рассматривается движение частицы по горизонтальной плоскости, совершающей поступательные круговые колебания. При этом точки плоскости перемещаются в этой же плоскости по круговым траекториям радиуса r равномерно с частотой ω . Уравнения движения получаются из (4), если положить:

$$\gamma = 0, \Phi_x = r\omega^2 m \cos(\omega \cdot t), \Phi_y = r\omega^2 m \sin(\omega \cdot t), \Phi_z = 0. \quad (5)$$

Частица может находиться на поверхности в состоянии покоя, если $gf_0 \geq r\omega^2$ (f_0 – коэффициент трения покоя); при $gf < r\omega^2$ уравнения (4) с учетом (5) допускают решение:

$$x = r\sqrt{1-z^2} \sin(\omega \cdot t - \nu), \quad y = r\sqrt{1-z^2} \cos(\omega \cdot t - \nu), \quad z = \frac{g \cdot f}{r\omega^2},$$

соответствующее движению частицы относительно плоскости по круговой траектории радиуса $r_0 = r\sqrt{1-z^2}$; движение частицы отстает по фазе от колебаний поверхности на величину

$$\delta = \frac{\pi}{2} + \arccos z.$$

В ряде работ рассматривается решение возмущенной задачи Жуковского. Методом малого параметра исследуются: влияние угла наклона плоскости; случай колебаний плоскости, близких к круговым; случай дополнительных малых поперечных колебаний; случай прецессии наклонной плоскости вокруг вертикальной оси.

Сравнительно небольшое количество работ по исследованию двумерного движения частицы объясняется, с одной стороны, неочевидностью практического применения результатов этого исследования, с другой, – сложностью получения каких-либо конечных соотношений и зависимостей.

В целом теория вибрационного перемещения материальной частицы, имеющая самостоятельное значение, также может являться основой для исследования движения твердого тела конечных размеров. Чем больше расстояние, которое проходит твердое тело, по сравнению с размерами самого тела, тем меньше его интегральные характеристики отличаются от соответствующих характеристик материальной частицы.

2. Движение твердого тела по шероховатой поверхности

Процесс объемной вибрационной обработки изделий свободным абразивом осуществляется за счет относительного проскальзывания и соударений точек поверхностей гранул абразива и обрабатываемого изделия. С точки зрения механики это можно рассматривать как перемещение одного твердого тела по поверхности другого. В научной литературе пока еще не сложился системный подход к решению проблем взаимодействия твердого тела конечных размеров с шероховатой поверхностью. В опубликованных работах рассматриваются лишь частные случаи этого взаимодействия. Известны классические задачи аналитической механики о качении выпуклых твердых тел по неподвижной плоскости. В теории гироскопов исследуется движение быстро вращающихся тел, опирающихся одной точкой на шероховатую поверхность (волчок). В ряде работ рассматриваются отдельные этапы движения твердого тела или его предельное состояние при переходе от одного этапа движения к другому; основное внимание здесь уделяется вопросам использования различных моделей системы поверхностных сил трения.

Отсутствие общего подхода при решении этих задач можно объяснить следующими причинами: многообразием всех возможных форм твердых тел; сложностью процессов, происходящих в области контакта тела с поверхностью; слабой согласованностью предельных случаев, применяемых способов их исследования.

Число работ, в которых изучается движение твердого тела по шероховатой поверхности в целом, весьма ограничено. В работе [2] приводятся результаты экспериментальных исследований вибрационного транспортирования мелкой рыбы. Характерной особенностью движения подобных грузов является возникновение эффекта самоориентации их на колеблющихся поверхностях, т.е. стремление к развороту до совпадения продольной оси груза с направлением колебаний. На основании результатов исследований по определению истинного закона движения рыбы по колеблющейся плоскости и анализа зависимости силы сопротивления движению от скорости скольжения выявлено, что сила сопротивления движению складывается из силы непосредственного контакта и силы вязкого сопротивления движению объекта по поверхности оборудования, обусловленного наличием белково-водной прослойки на поверхности объекта транспортирования.

Уравнение движения рыбы как одномассной вязкопластичной модели с различными значениями коэффициентов сопротивления на этапах движения вперед и назад имеет вид (рабочая плоскость считается горизонтальной, угол вибрации равен нулю):

$$\ddot{x} = A\omega^2 \sin \omega t \mp gf_{\pm} - \frac{c_{\pm}}{m} \dot{x}. \quad (7)$$

Здесь $c_{\pm} = 0,017-0,0435$ нс/м – коэффициент вязкого сопротивления. Численное решение уравнения (7) хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Проведены визуально и с помощью скоростной киносъемки специальные исследования по определению зависимости угла поворота рыбы при ее ориентации на колеблющейся плоскости в зависимости от времени и параметров колебаний. Обнаружен эффект предпочтительного разворота рыбы в сторону, противоположную спинке. Авторы объясняют это несовпадением оси инерции рыбы и оси симметрии площадки контакта, а также неравномерностью распределения давления рыбы на плоскость. На рис. 3 показано изменение угла поворота рыбы φ с течением времени при отдельных значениях амплитуды и частоты колебаний.

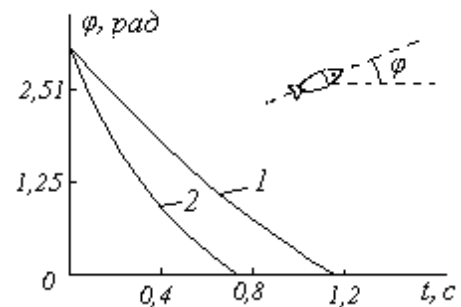


Рис. 3. Закон изменения угла ориентации рыбы при вибрационном транспортировании:

1 – $A = 0,02$ м, $\omega = 42$ с⁻¹;

2 – $A = 0,02$ м, $\omega = 63$ с⁻¹.

В работе [5] рассматривается движение плоских ограниченных деталей, боковая поверхность которых состоит из различных участков: плоских различной длины или криволинейных, в частности участков цилиндрической поверхности, по угловому вибрирующему лотку. Лоток представляет собой плоскую поверхность 1 с «бортиком» 2 (рис. 4), продольные линии которых составляют угол α с осью Oy , а поперечные – угол γ с осью Ox горизонтальной плоскости Oxy . Лоток совершает прямолинейные поступательные колебания, направленные под углом β к плоскости Oxy . Соотношение размеров детали таково, что она может перекатываться только по поверхности 2 лотка, а по поверхности 1 может только скользить.

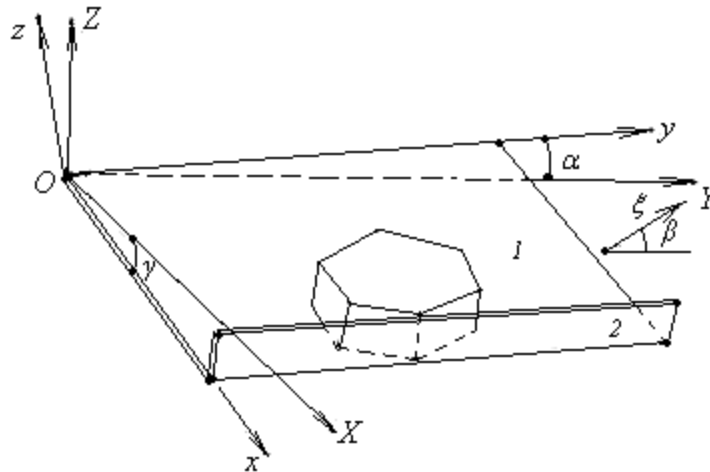


Рис. 4. Ограниченная деталь на угловом вибрлотке.

На деталь действуют сила тяжести G , нормальные реакции N_1, N_2 и силы трения F_1, F_2 , соответственно первой и второй поверхностями лотка. Безотрывное относительное движение детали описывается тремя дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= mg \cos\alpha \sin\gamma + \Phi \cdot \sin(\alpha - \beta) \sin\gamma - N_2 \pm N_1 f q, \\ m\ddot{y} &= -mg \sin\alpha + \Phi \cdot \cos(\alpha - \beta) \mp F_2 \mp N_1 f n, \\ J_0\ddot{\psi} &= [\pm F_2 \cos(\delta - \psi) - N_2 \sin(\delta - \psi) \pm f N_1 u] H / \cos\delta, \end{aligned} \quad (8)$$

где H – расстояние до центра масс детали от грани, на которой находится деталь перед перекатыванием; Φ – переносная сила инерции; u, n, q – коэффициенты, зависящие от расположения точек касания торцом детали поверхности 1 лотка и положения детали на лотке.

Конечное решение системы уравнений (8) в общем случае не представляется возможным. С учетом того, что для ориентирования деталей наиболее существенным является сам характер движения, авторы ограничиваются определением условий, при которых осуществляются возможные режимы движения: скольжение без перекатывания, перекатывание без скольжения, перекатывание со скольжением.

В работе [7] исследуется эффект самоориентации деталей при их скольжении по наклонной плоскости вибрлотка. Рассматривается движение плоской детали с тремя точками опоры. Отмечая, что на основе закона трения Амонтона – Кулона объяснить эффект самоориентации невозможно, автор привлекает для этой цели двучленный закон трения. Учет сил молекулярного притяжения между касающимися поверхностями дает дополнительную составляющую N_0 нормального давления, приложенную в центре опорной площадки. В результате появляется момент сил трения относительно центра масс C

$$M_c = -feN_0 \sin\varphi,$$

который стремится придать детали устойчивое положение $\varphi = 0$. Здесь $e=OC$ – расстояние до центра масс от центра O опорной площадки; φ – угол между направлением движения и отрезком OC , угол поворота детали.

На основе теоретических рассуждений автор делает следующий вывод: тело при скольжении стремится занять такое положение, при котором центр масс находится строго впереди геометрического центра опорных реакций. При этом чем ближе центр масс и геометрический центр опорных точек тела, тем эффект самоориентации проявляется слабее.

Здесь же выводятся формулы для времени t и длины l участка поверхности вибролотка, необходимых для поворота детали от φ_0 до φ :

$$t = \frac{2J_z T}{efN_0(\tau^2 - \delta^2)} \cdot \ln \left| \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right|, l = v_{cp} t,$$

где τ, δ – время скольжения детали вперед и назад за период колебаний T ; J_z – момент инерции детали относительно центра масс; v_{cp} – средняя скорость перемещения детали.

Для ориентирования деталей с вероятностью p в пределах угла α , при поступлении деталей с равной вероятностью положения, нужно иметь длину лотка

$$l = \frac{2J_z T v_{cp}}{efN_0(\tau^2 - \delta^2)} \cdot \ln \left| \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi p}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \right|.$$

Однако эти формулы носят скорее качественный характер, так как не являются прямым следствием дифференциальных уравнений движения детали.

Указанные модели движения твердых тел по шероховатой поверхности не получили развития в задачах виброперемещения. Сложность расчета сил трения в этих моделях исключает возможность исследования режимов движения, содержащих этапы покоя или качения без скольжения.

В монографиях [3, 6] осуществляется более общий подход к проблеме исследования контактного взаимодействия твердого тела конечных размеров с рабочей поверхностью. Рассмотрен ряд задач для тел различной формы при воздействии как поступательных, так и угловых вибраций.

1. Блехман, И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. – М.: Наука, 1964. – 410 с.

2. Гончаревич, И.Ф. Теория вибрационной техники и технологии / И.Ф. Гончаревич, К.В. Фролов. – М.: Наука, 1981. – 319 с.

3. Елисеев, А.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неустойчивых связей / А.В. Елисеев, В.В. Сельвинский, С.В. Елисеев. – Новосибирск: Наука, 2015. – 332 с.

4. Жуковский, Н.Е. Заметка о плоском расसेве. Собрание сочинений. – М.: ГТТИ, 1949. – Т. 3. – С. 515-622.

5. Розенталь, Э.З. Движение деталей по угловому вибрирующему лотку при чистом скольжении // Вопросы динамики и прочности. – Рига: АН Латв. ССР, 1964. – Вып. II. – С. 249-261.

6. Сельвинский, В.В. Динамика контактного взаимодействия твердых тел. – Благовещенск: Изд-во Амурского гос. ун-та, 2009. – 164 с.

7. Эглайс, В.О. Об ориентации деталей на вибролотке // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. – Рига: Латв. газетно-журнальн. изд-во, 1964. – Вып. 3. – С. 113-122.