УДК 519.21

В.А. Труфанов, Т.В. Труфанова

ИНТЕГРАЛ ОТ *R*-ГАРМОНИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Рассматриваются свойства для интеграла от R-гармонического процесса.

Ключевые слова: R-гармонический, случайный процесс, свойства, среднее квадратическое, интеграл.

INTEGRAL FROM *R*-HARMONIOUS PROCESS

Properties for integral from R-harmonious process are considered (examined).

Key words: R-harmonious, casual process, properties, average quadratic, integral.

Рассмотрим свойства для интеграла от *R*-гармонического случайного процесса $\xi_\lambda(t) = A_{\nu(t)} \cos(\omega_{\nu(t)} t + \varphi_{\nu(t)})$, где $A_k, \omega_k, k = 0,1,\ldots$ – семейства независимых одинаково распределенных случайных величин с функциями распределения $F_A(x)$ и $F_\omega(x)$ соответственно, $\varphi_k, k = 0,1,\ldots$ – семейства независимых одинаково распределенных случайных величин, равномерно распределенных на $[0,2\pi]$, независимый от указанных семейств пуассоновский процесс $\nu(t)$ с параметром λ [1].

Свойство 1. *Процесс* $\xi_\lambda(t)$ *интегрируем.*

Имеем интеграл от случайного стационарного процесса $\xi_\lambda(t)$ вида $\int_a^b f(t)\xi_\lambda(t)dt$, где $f(t)$ − заданная числовая функция.

Такой интеграл определим как предел (в среднем квадратическом), соответствующий интегральной сумме

$$\int_a^b f(t)\xi_\lambda(t)dt = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^n f(t_i)\xi_\lambda(t_i)(t_i - t_{i-1}), \tag{1}$$

где $M[\xi_\lambda(t)] = 0$, а отрезок изменения t $[a,b]$ разбит на *n* частей точками $a = t_0 < t_1 < \ldots < t_n = b$, при $n \to \infty$ длина каждого интервала $(t_i - t_{i-1}) \to 0$. Предел суммы (1) существует, если дисперсия этой суммы имеет конечное значение.

$$D[\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^n f(t_i)\xi_\lambda(t_i)(t_i - t_{i-1})]^2 = = M[\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f(t_i) f(t_j) \xi_\lambda(t_i)\xi_\lambda(t_j)(t_i - t_{i-1})(t_j - t_{j-1})] =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} f(t_i) f(t_j) M[\xi_\lambda(t_i)\xi_\lambda(t_j)](t_i - t_{i-1})(t_j - t_{j-1}) = = \int_a^b \int_a^b f(t_1) f(t_2) R_{\xi_\lambda}(t_2 - t_1) dt_1 dt_2 =$$

$$= \frac{M[A^2]}{2} \int_a^b \int_a^b \int_{-\infty}^{\infty} f(t_1) f(t_2) \exp\{-\lambda |t_2 - t_1|\} \cos(x(t_2 - t_1)) dF_\omega(x) dt_1 dt_2 < \infty .$$

Значение корреляционной функции $R_{\xi_\lambda}(t_2 - t_1)$ от случайного процесса $\xi_\lambda(t)$ получено в [1].

Следующее свойство для интеграла от процесса $\xi_\lambda(t)$ позволяет изучать зависимости методами, основанными на исследовании свойств условных математических ожиданий.

Свойство 2. *Интеграл от процесса* $\xi_\lambda(t)$ *и неслучайной функции* $f(t)$ $\int_0^t f(u)\xi_\lambda(u)du$ *–мартингал.*

Имеем $M[\int_0^{s+t} f(u)\xi_\lambda(u)du \mid \int_0^s f(u)\xi_\lambda(u)du] =$

$$= M[\{\int_0^s f(u)\xi_\lambda(u)du + \int_s^{s+t} f(u)\xi_\lambda(u)du]\} \mid \int_0^s f(u)\xi_\lambda(u)du] =$$

$$= M[\int_0^s f(u)\xi_\lambda(u)du \mid \int_0^s f(u)\xi_\lambda(u)du] + M[\int_s^{s+t} f(u)\xi_\lambda(u)du \mid \int_0^s f(u)\xi_\lambda(u)du] =$$

$$= \int_0^s f(u)\xi_\lambda(u)du + \int_s^{s+t} f(u) M[\xi_\lambda(u)]du = \int_0^s f(u)\xi_\lambda(u)du .$$

Здесь использованы свойства мартингала, условного математического ожидания и *R*-гармонического случайного процесса $\xi_\lambda(t)$ [2].

---

1 . Турбин, А.Ф., Труфанов, В.А. Свойства *R*-гармонических случайных процессов // Дальневосточный математический сборник. – Владивосток: Изд-во Дальнаука ДВО РАН, 1997. – Вып. 4. – С. 34-38.

2. Булинский, А.В., Ширяев, А.Н. Теория случайных процессов. – М.: Физматлит, 2003.