

Н.А. Чалкина

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ УРАВНЕНИЙ

В статье рассматриваются некоторые методы решения систем линейных неоднородных уравнений компьютерными средствами.

The article provides some methods for solving systems of linear non-homogeneous equations by means of computers.

Компьютерная революция затронула и систему народного образования. С одной стороны, персональный компьютер стал естественным объектом учебного процесса, а с другой стороны – сам явился ценным техническим средством обеспечения общего процесса образования. Изучая, например, тему «Решение систем линейных неоднородных уравнений», компьютер можно применять на практических занятиях по высшей математике как техническое средство, а на лабораторных занятиях по информатике – использовать данную тему при изучении прикладной программы Microsoft Excel.

Для решения систем линейных неоднородных уравнений предлагаются следующие методы:

- графический способ решения средствами Microsoft Excel;
- решение средствами Microsoft Excel с помощью инструмента *Поиск решения*;
- метод Крамера;
- метод Крамера средствами Microsoft Excel с помощью логических функций;
- метод исключения Гаусса.

Графический способ решения линейных систем средствами Microsoft Excel

Графический способ решения линейных систем не обладает большой точностью. Но он ценен наглядностью и легкой обозримостью. Прежде чем приступить к построению графиков в Microsoft Excel, необходимо вспомнить взаимное расположение графиков линейных функций: когда система двух линейных уравнений с двумя переменными имеет единственное решение, бесконечно много решений, не имеет решения.

Рассмотрим решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными средствами Microsoft Excel. Составим таблицу значений функции для системы:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 4x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5-3x}{2} \\ y = 4x-3 \end{cases} \quad (1)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
2	$y=(5-2x)/2$	2,5	2	1,5	1	0,5	0	-0,5	-1	-1,5
3	$y=4x-3$	-3	-1	1	3	5	7	9	11	13

Рис. 1. Таблица значений линейных функций $y = \frac{5-3x}{2}$ и $y = 4x-3$.

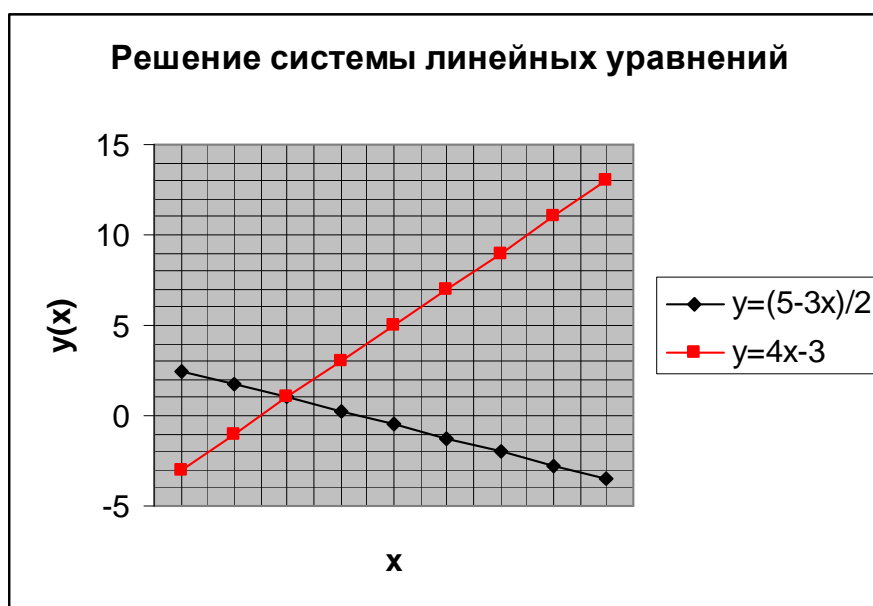


Рис. 2. График линейных функций $y = \frac{5-3x}{2}$ и $y = 4x-3$.

По графику можно определить решение линейной системы (1): $x=1, y=1$.

Решение систем линейных уравнений средствами Microsoft Excel с помощью инструмента «Поиск решения»

Предположим, нужно найти решение (корни) следующей системы линейных неоднородных уравнений:

$$\begin{cases} 236,47x + 5,28y + 6,34z = 12,26 \\ 7,33x + 28,74y + 5,86z = 15,15 \\ 4,63x + 6,31y + 26,17z = 25,22 \end{cases} \quad (2)$$

Аналитически найти решение данной системы затруднительно. С помощью функций Microsoft Excel это сделать гораздо проще.

Внесем коэффициенты системы в таблицу (рис.3).

	A	B	C	D	E
1	x	y	z	Левая часть	Свободные члены
2	36,47	5,28	6,34	0	12,26
3	7,33	28,74	5,86	0	15,15
4	4,63	6,31	26,17	0	25,22
5	Корни:				

Рис. 3. Таблица коэффициентов при неизвестных и свободных членов.

Свободные члены внесем в столбец E. В столбец D внесем формулы вычисления свободных членов ($D2=СУММПРОИЗВ(\$A\$6:\$C\$6;A2:C2)$). Ячейку D3 и D4 заполняем путем умножения формулы из D2 с помощью маркера заполнения. Наша задача – добиться совпадения значений вычисленных и фактических значений столбцов D и E. В качестве изменяемых значений используются ячейки A6, B6, C6. Первоначально они остаются пустыми, т.е. равными нулю (рис. 3).

Инструмент *Поиск решения* вызывается через меню *Сервис*. Ограничения устанавливаются с помощью кнопки *Добавить*, которая вызывает окно их ввода (рис. 4).

Для ввода всех ограничений следует в окне *Поиск решения* ввести значения только параметров: *Изменяя ячейки*: \$A\$6:\$C\$6 и *Ограничения*: \$D\$2:\$D\$4=\$E\$2:\$E\$4 (рис. 4).

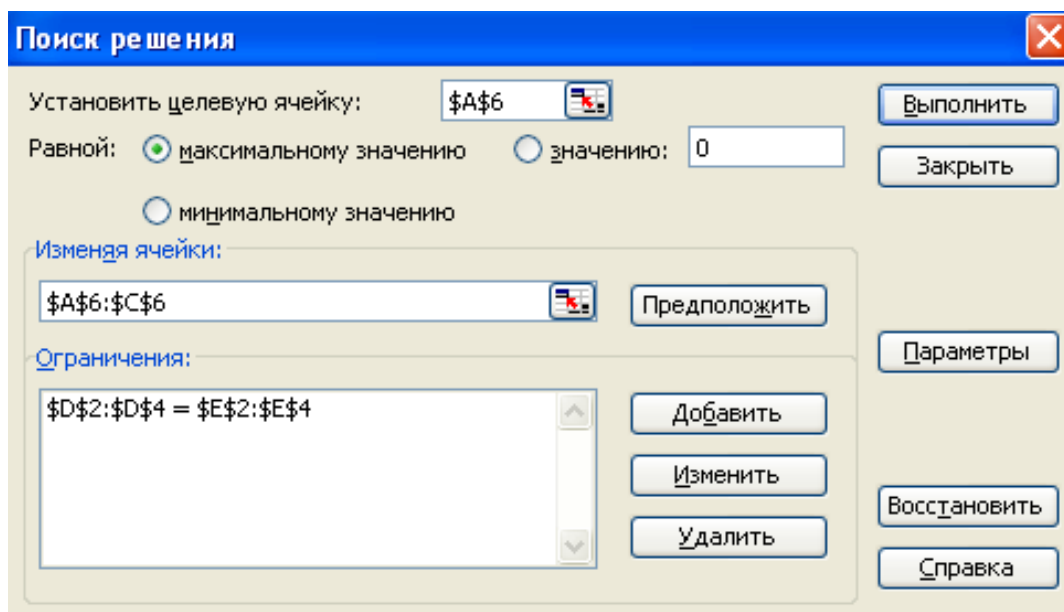


Рис. 4. Окно *Поиск решения*.

После нажатия кнопки *Выполнить* для решения поставленной задачи в ячейки A6, B6 и C6 будут выведены полученные корни $x=0,1405$, $y=0,3154$, $z=0,8628$ (рис. 5).

	A	B	C	D	E
1	x	y	z	Левая часть	Свободные члены
2	36,47	5,28	6,34	12,26	12,26
3	7,33	28,74	5,86	15,15	15,15
4	4,63	6,31	26,17	25,22	25,22
5	Корни:				
6	0,1405	0,3154	0,8628		

Рис.5. Вид рабочего листа табличного процессора Microsoft Excel.

Решение системы линейных уравнений методом Крамера с помощью логических функций

Предположим, нужно найти решение следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 9 \\ x + 2y - 3z = 14 \\ 3x + 4y + z = 16 \end{cases} \quad (3)$$

На рис. 6 представлен вид рабочего листа после решения системы двух линейных уравнений (3).

Заполнение ячеек рабочего листа формулами представлено в приведенной ниже таблице.

Количество неизвестных и уравнений в предложенных методах может варьировать в зависимости от подготовленности студентов.

Для использования предложенных методов на занятиях по информатике необходимо, чтобы студенты обладали практическими навыками работы в табличном процессоре Microsoft Excel и закрепляли знания из курса высшей математики.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Решение системы линейных неоднородных уравнений												
2													
3		2	3	2					2	9	2		
4	$\Delta=$	1	2	-3	=	-6		$\Delta y=$	1	14	-3	=	-18
5		3	4	1					3	16	1		
6													
7		9	3	2					2	3	9		
8	$\Delta x=$	14	2	-3	=	-12		$\Delta z=$	1	2	14	=	12
9		16	4	1					3	4	16		
10													
11	Ответ:												
12				x	=	2							
13				y	=	3							
14				z	=	-2							

Рис.6. Вид рабочего листа после решения системы двух линейных уравнений.

Таблица 1

Заполнение рабочего листа формулами

Ячейка	Формула
F4	=МОПРЕД(B3:D5)
F8	=МОПРЕД(B7:D9)
M4	=МОПРЕД(I3:K5)
M8	=МОПРЕД(I7:K9)
C11	=ЕСЛИ(И(\$F\$4=0;\$M\$4=0;\$F\$8=0;\$M\$8=0);"Бесчисленное множество решений";ЕСЛИ(И(\$F\$4=0;ИЛИ(\$F\$8<>0;\$M\$8<>0;\$M\$4<>0));"Нет решений";""))
D12	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";"x")
D13	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";"y")
D14	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";"z")
E12	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";"=")
E13	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";"=")
E14	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";"=")
F12	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";\$F\$8/\$F\$4)

F13	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";\$M\$4/\$F\$4)
F14	=ЕСЛИ(\$F\$4=0;"";\$M\$8/\$F\$4)

-
1. Попов, А.А. Excel: практическое руководство. – М.: ДЕСС-КОМ, 2000. – 300 с.
 2. Волков, В. Понятный самоучитель работы в Microsoft Excel. – СПб.: Питер, 2004. – 224 с.
 3. Кинкоф, Ш. Microsoft Excel 2000. Полное руководство / Ш. Кинкоф. – М.: АСТ, 2004. – 417 с.
 4. Сергеев, А.П. Использование Microsoft Office Excel 2007. – М.: Диалектика, 2007. – 288 с.