

К задаче компенсации перекрестных связей двусвязного объекта

It's considered problems of two-linked object control systems dynamic stability. Implementation method of compensation of cross-linking is proposed. Results of simulation are presented.

Введение

При решении многих технических задач управления в качестве объектов рассматриваются сложные комплексы со многими регулируемыми переменными и внутренними взаимосвязями. Системы, в которых имеется несколько регулируемых величин, причем изменение любой из них вызывает изменение других, если не предусмотрены средства, устраняющие в процессе регулирования указанную связь, относятся к классу многосвязных автоматического регулирования и управления. Примерами таких систем могут служить электроэнергетические системы, в которых осуществляется автоматическое регулирование частоты, напряжения, потоков активных и реактивных мощностей для большого числа работающих параллельно синхронных генераторов; системы автоматического регулирования параметров рабочего тела (температуры, давления и т.п.) на различных ступенях гидравлического тракта; системы автоматического управления (САУ) полетом летательных аппаратов, электроприводами в станах непрерывной прокатки холодного и горячего металла и многие другие САУ технологическими процессами в химической, текстильной, угольной и других отраслях промышленности.

В статье рассматривается двусвязный объект регулирования (рис. 1), наиболее часто встречаемый на практике.

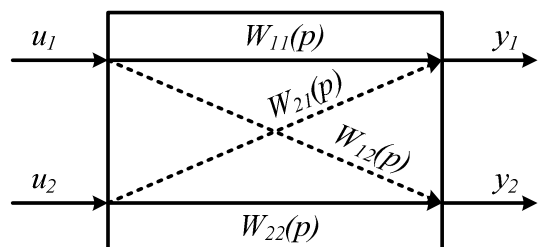


Рис. 1. Двусвязный объект регулирования.

Система управления многосвязным объектом может быть построена по принципу автономного регулирования, в основе которого лежит принцип инвариантности, т.е. независимости регулируемой переменной от изменения входной величины другого канала:

$$\begin{cases} \Delta y_1(u_2) \equiv 0; \\ \Delta y_2(u_1) \equiv 0. \end{cases}$$

Реализация данного принципа осуществляется с помощью различных структур, производящих динамическую развязку каналов и позволяющих автономно настраивать регуляторы для каждого из них [1]. Методы компенсации влияния перекрестных связей объекта широко известны [2-4]. Проведенное исследование различных структур систем компенсации, полученных с использованием этих методов, показало, что в ряде случаев системы теряют устойчивость [5]. В данной статье рассмотрена причина неустойчивости полученных систем компенсации, а также предложен подход к решению проблемы устойчивости.

Постановка задачи

Типовая структура системы автоматического регулирования двусвязным объектом с компенсатором показана на рис. 2.

В данном случае структура компенсатора повторяет структуру объекта.

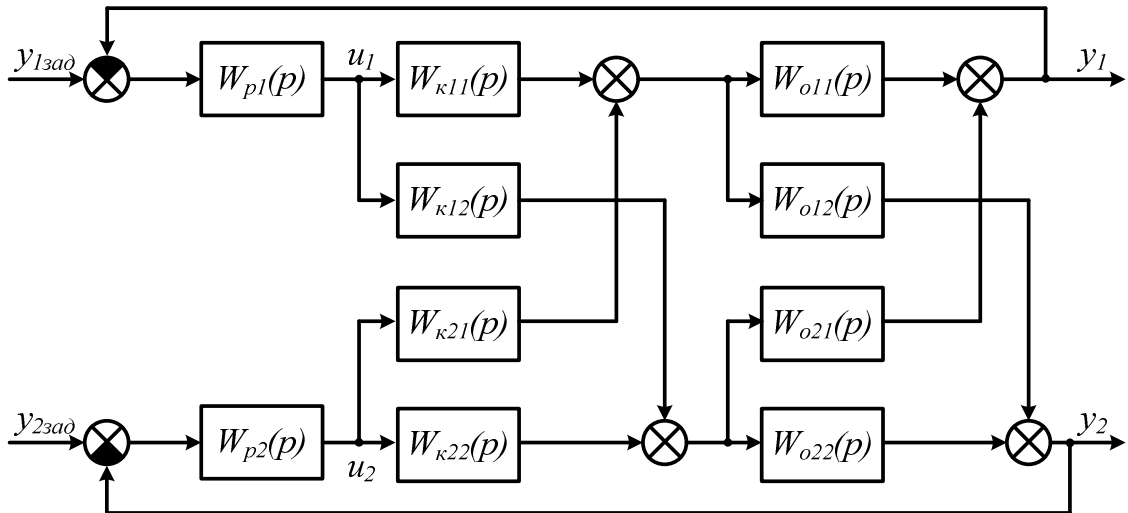


Рис. 2. Структурная схема системы.

Передаточные функции компенсатора находятся исходя из условия инвариантности:

$$\begin{cases} W_{u1,y1}(p) = W_{k11}(p) \cdot W_{o11}(p) + W_{k12}(p) \cdot W_{o21}(p) = W_{o11}(p); \\ W_{u1,y2}(p) = W_{k11}(p) \cdot W_{o12}(p) + W_{k12}(p) \cdot W_{o22}(p) = 0; \\ W_{u2,y1}(p) = W_{k22}(p) \cdot W_{o21}(p) + W_{k21}(p) \cdot W_{o11}(p) = 0; \\ W_{u2,y2}(p) = W_{k22}(p) \cdot W_{o22}(p) + W_{k21}(p) \cdot W_{o12}(p) = W_{o22}(p). \end{cases} \quad (2)$$

Из (2) получаем:

$$\begin{cases} W_{k11}(p) = \frac{-W_{o11}(p) \cdot W_{o22}(p)}{W_{o12}(p) \cdot W_{o21}(p) - W_{o11}(p) \cdot W_{o22}(p)}; \\ W_{k21}(p) = \frac{W_{o21}(p) \cdot W_{o22}(p)}{W_{o12}(p) \cdot W_{o21}(p) - W_{o11}(p) \cdot W_{o22}(p)}; \\ W_{k12}(p) = \frac{W_{o11}(p) \cdot W_{o12}(p)}{W_{o12}(p) \cdot W_{o21}(p) - W_{o11}(p) \cdot W_{o22}(p)}; \\ W_{k22}(p) = \frac{-W_{o11}(p) \cdot W_{o22}(p)}{W_{o12}(p) \cdot W_{o21}(p) - W_{o11}(p) \cdot W_{o22}(p)}. \end{cases} \quad (3)$$

Последовательное соединение компенсатора и объекта представляет собой эквивалентный объект для регулятора. Его передаточная матрица:

$$\begin{aligned} W'_o(p) &= W_o(p) \times W_k(p) = \begin{pmatrix} W_{o11}(p) & W_{o21}(p) \\ W_{o12}(p) & W_{o22}(p) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} W_{k11}(p) & W_{k21}(p) \\ W_{k12}(p) & W_{k22}(p) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} W_{o11}(p) \cdot W_{k11}(p) + W_{o21}(p) \cdot W_{k12}(p) & W_{o11}(p) \cdot W_{k21}(p) + W_{o21}(p) \cdot W_{k22}(p) \\ W_{o12}(p) \cdot W_{k11}(p) + W_{o22}(p) \cdot W_{k12}(p) & W_{o12}(p) \cdot W_{k21}(p) + W_{o22}(p) \cdot W_{k22}(p) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

Передаточная функция эквивалентного объекта по первому прямому каналу (учитывая неточность реализации компенсатора):

$$W'_{o11}(p) = \frac{[W_{o11}(p) \cdot W_{o12}(p)] \cdot W_{o21}(p) - [W_{o11}(p) \cdot W_{o22}(p)] \cdot W_{o11}(p)}{[W_{o12}(p) \cdot W_{o21}(p) - W_{o11}(p) \cdot W_{o22}(p)]} \quad (5)$$

Здесь в квадратных скобках указаны передаточные функции, реализуемые искусственно в целях компенсации. Как и следовало ожидать, при абсолютно точной компенсации $W'_{o11}(p) = W_{o11}(p)$. Однако очевидно, что на практике абсолютно точная компенсация недостижима.

Причина возможной неустойчивости эквивалентного объекта и системы управления – присутствие разности произведений передаточных функций в знаменателе (5).

Пусть, например, объект описывается передаточными функциями первого порядка:

$$\begin{aligned} W_{o11}(p) &= \frac{K_{11}}{T_{11} \cdot p + 1}, & W_{o21}(p) &= \frac{K_{21}}{T_{21} \cdot p + 1}, \\ W_{o12}(p) &= \frac{K_{12}}{T_{12} \cdot p + 1}, & W_{o22}(p) &= \frac{K_{22}}{T_{22} \cdot p + 1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда передаточная функция эквивалентного объекта по первому прямому каналу примет вид:

$$W'_{o11}(p) = \frac{K_{11}}{T_{11} \cdot p + 1} \times \frac{[K_{12}] \cdot K_{21} \cdot (T_{11} \cdot p + 1) \cdot [T_{22} \cdot p + 1] - K_{11} \cdot [K_{22}] \cdot [T_{12} \cdot p + 1] \cdot (T_{21} \cdot p + 1)}{[K_{12} \cdot K_{21} \cdot (T_{11} \cdot p + 1) \cdot (T_{22} \cdot p + 1) - K_{11} \cdot K_{22} \cdot (T_{12} \cdot p + 1) \cdot (T_{21} \cdot p + 1)]} \quad (7)$$

Характеристический полином эквивалентного объекта:

$$\begin{aligned} &(K_{12} \cdot K_{21} \cdot T_{11} \cdot T_{22} - K_{11} \cdot K_{22} \cdot T_{12} \cdot T_{21}) \cdot p^2 + (K_{12} \cdot K_{21} \cdot (T_{11} + T_{22}) - \\ &- K_{11} \cdot K_{22} \cdot (T_{12} + T_{21})) \cdot p + K_{12} \cdot K_{21} - K_{11} \cdot K_{22} \end{aligned} \quad (8)$$

При определенном соотношении параметров объекта слагаемые, входящие в состав (8), имеют различные знаки, и эквивалентный объект неустойчив. Изменение назначений каналов объекта не решает проблемы.

На практике часто используется более простая реализация компенсатора – в виде перекрестных обратных связей (рис. 3).

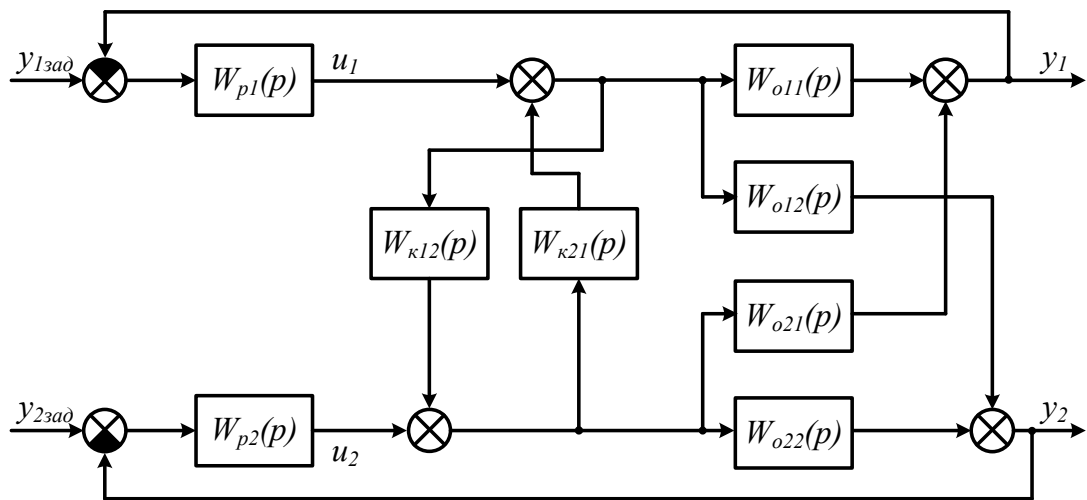


Рис.3. Структурная схема системы.

В данном случае передаточные функции блоков компенсатора имеют простую структуру и определяются из очевидных соотношений:

$$W_{k12}(p) = -\frac{W_{o12}(p)}{W_{o22}(p)}, \quad W_{k21}(p) = -\frac{W_{o21}(p)}{W_{o11}(p)}. \quad (9)$$

Однако передаточная матрица компенсатора как МИМО-объекта не зависит от его внутренней реализации. Нетрудно убедиться в том, что передаточная матрица компенсатора (рис. 3), объекта с двумя входами и двумя выходами, содержит передаточные функции (3).

Таким образом, компенсация перекрестных связей двусвязного объекта при определенных его параметрах может привести к неустойчивости системы регулирования независимо от структуры компенсатора. Требуется предложить решение задачи построения устойчивого компенсатора.

Решение проблемы устойчивости

В качестве одного из подходов к решению проблемы устойчивости предлагается замена неустойчивых звеньев компенсатора устойчивыми, чьи передаточные функции находят исходя из условия близости их АФЧХ в низкочастотном диапазоне.

В качестве примера выбран объект:

$$W_o(p) = \begin{pmatrix} \frac{5}{p+1} & \frac{1}{0,2 \cdot p+1} \\ \frac{1}{0,3 \cdot p+1} & \frac{5}{2 \cdot p+1} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Для данного объекта рассчитаны передаточные матрицы компенсатора перекрестных связей и ПИ-регулятора:

$$W_k(p) = \begin{pmatrix} \frac{-3 \cdot p^2 - 25 \cdot p - 50}{p^2 - 19 \cdot p - 48} & \frac{6 \cdot p^2 + 23 \cdot p + 10}{p^2 - 19 \cdot p - 48} \\ \frac{2 \cdot p^2 + 12 \cdot p + 10}{p^2 - 19 \cdot p - 48} & \frac{-3 \cdot p^2 - 25 \cdot p - 50}{p^2 - 19 \cdot p - 48} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$W_p(p) = \begin{pmatrix} \frac{0,08 \cdot p + 0,2}{p} & 0 \\ 0 & \frac{0,08 \cdot p + 0,2}{p} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Компенсатор (11) является неустойчивым. АФЧХ его каналов показаны на рис. 4.

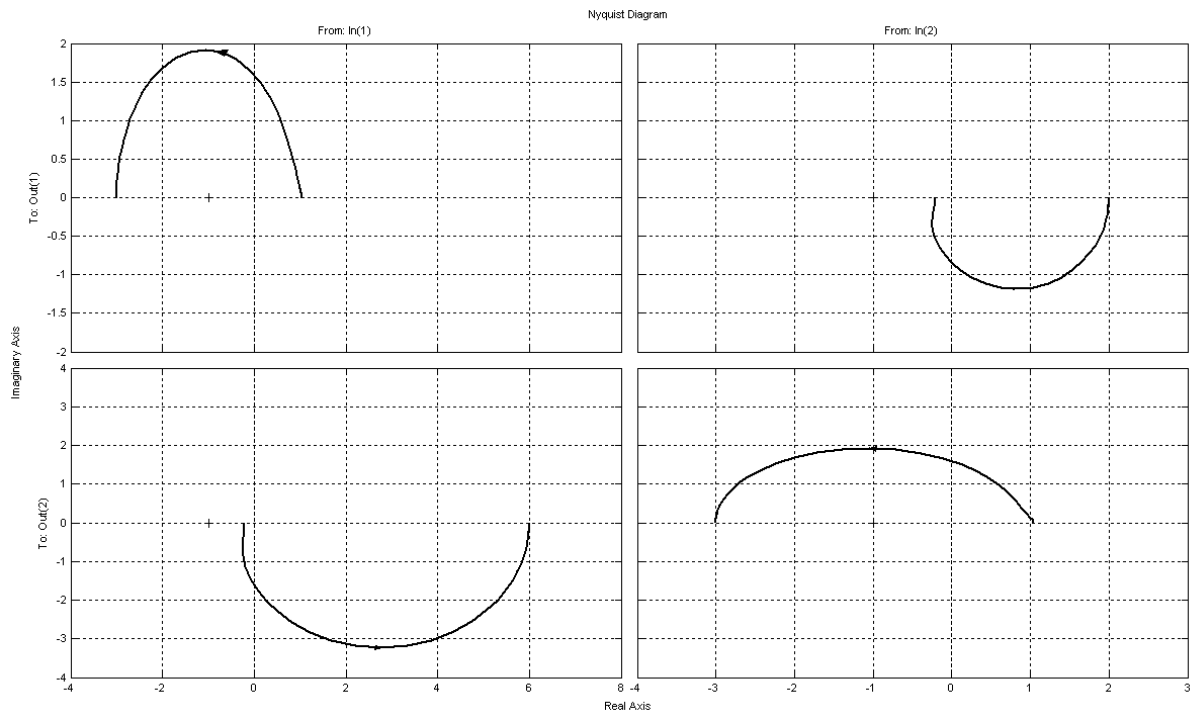


Рис.4. АФЧХ каналов компенсатора.

Исходя из анализа передаточных функций компенсатора и его АФЧХ, было принято решение использовать для аппроксимации идеальные форсирующие звенья второго порядка:

$$W_{kij}(p) = a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0. \quad (13)$$

Аппроксимация проводилась средствами ППП MathWorks Matlab 6.5 оптимизационным методом. В качестве критерия использовался минимум суммы квадратов разностей реальных и мнимых частей АФЧХ компенсаторов (11) и (13). Диапазон расчетных частот: 0...2 рад/сек. (с шагом 0,1 рад/сек.). Код расчета на языке Matlab приведен в приложении.

В ходе аппроксимации получены следующие полиномы:

$$\begin{aligned} W_{k11}(p) &= W_{k22}(p) = 0,02935 \cdot p^2 + 0,1308 \cdot p + 1,042; \\ W_{k21}(p) &= 0,01259 \cdot p^2 - 0,3652 \cdot p - 0,2083; \\ W_{k12}(p) &= 0,01113 \cdot p^2 - 0,1488 \cdot p - 0,2083. \end{aligned} \quad (14)$$

На рис. 5 представлены АФЧХ каналов компенсаторов (11) (сплошная линия) и (14) (пунктирная линия) в диапазоне расчетных частот.

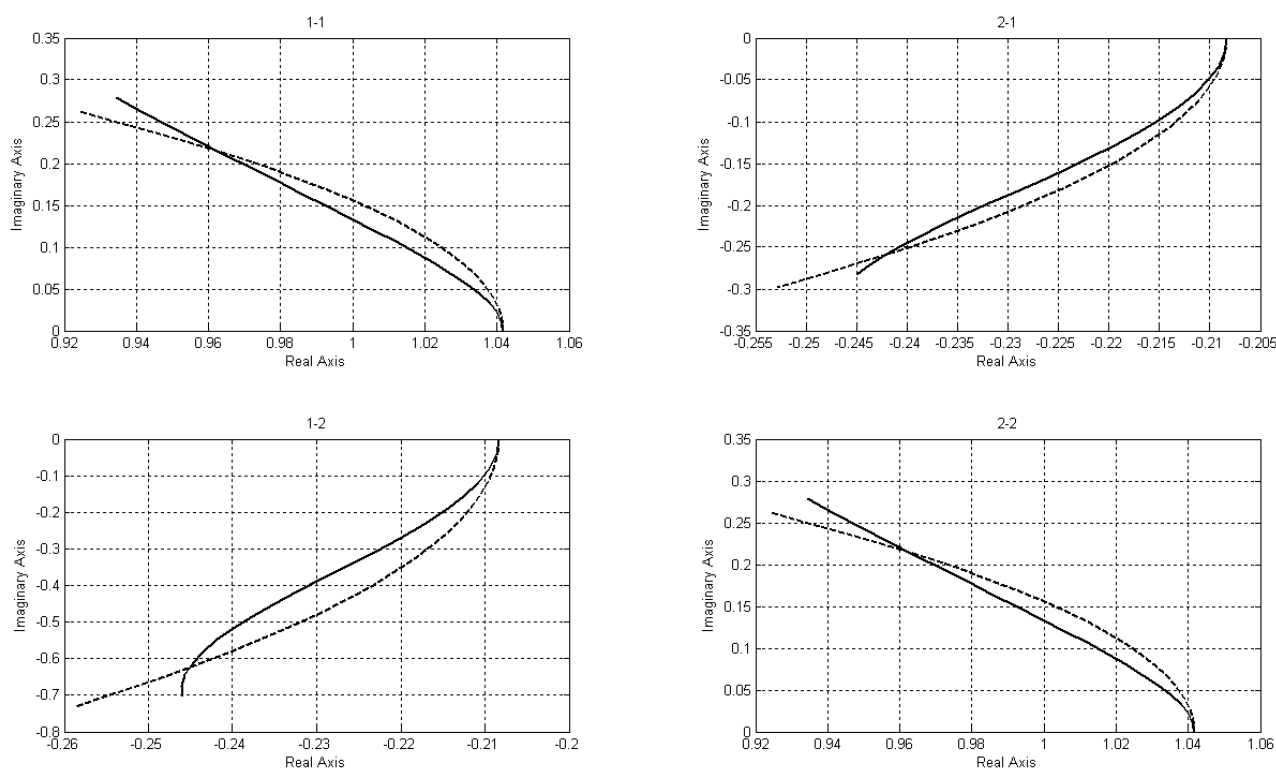


Рис.5. Результаты аппроксимации АФЧХ компенсатора в области низких частот.

Так как форсирующие звенья второго порядка в чистом виде технически нереализуемы, в передаточную матрицу компенсатора добавлены фильтры низкой частоты (апериодические звенья второго порядка):

$$W_{\phi}(p) = \frac{1}{(0,1 \cdot p + 1)^2}. \quad (15)$$

В результате получен компенсатор перекрестных связей двусвязного объекта с передаточной матрицей

$$W_{kp}(p) = \begin{pmatrix} \frac{0,02935 \cdot p^2 + 0,1308 \cdot p + 1,042}{0,01 \cdot p^2 + 0,2 \cdot p + 1} & \frac{0,01259 \cdot p^2 - 0,3652 \cdot p - 0,2083}{0,01 \cdot p^2 + 0,2 \cdot p + 1} \\ \frac{0,01113 \cdot p^2 - 0,1488 \cdot p - 0,2083}{0,01 \cdot p^2 + 0,2 \cdot p + 1} & \frac{0,02935 \cdot p^2 + 0,1308 \cdot p + 1,042}{0,01 \cdot p^2 + 0,2 \cdot p + 1} \end{pmatrix} \quad (16)$$

На рис. 6. представлены переходные характеристики исходного двухсвязного объекта и эквивалентного объекта с компенсатором (16) по всем каналам. Из рис. 6 видно, что динамика эквивалентного объекта по прямым каналам регулирования близка к таковой для исходного объекта, а влияние перекрестных каналов значительно подавляется.

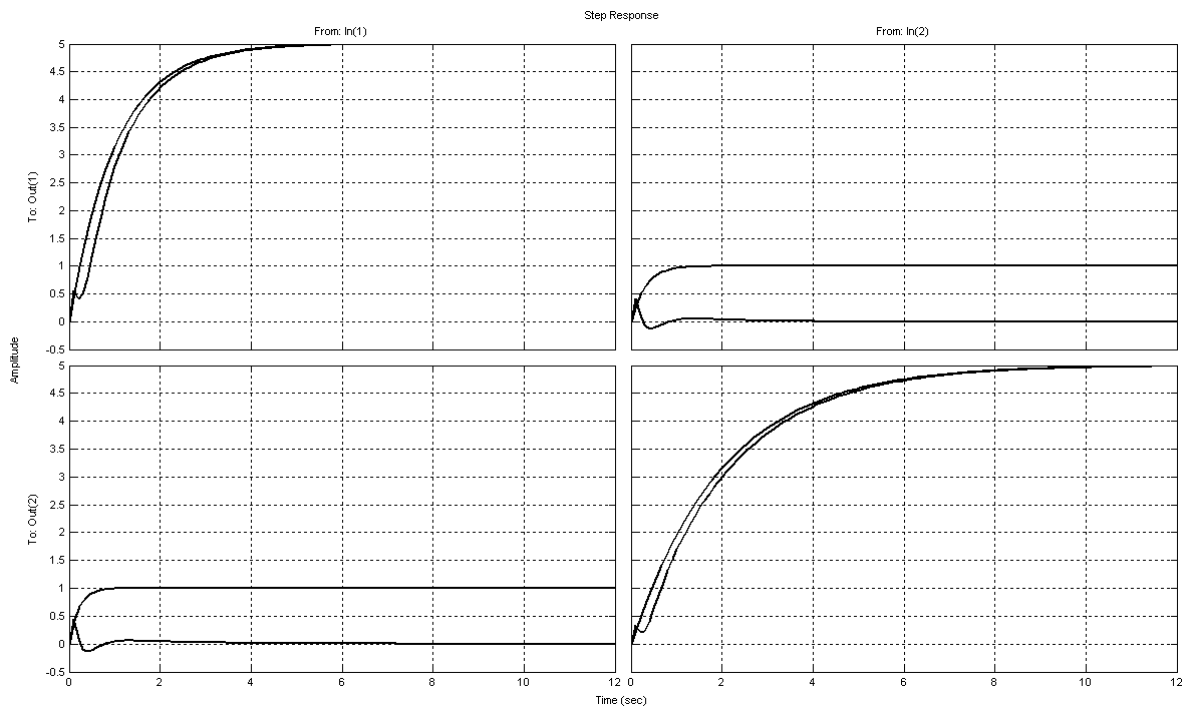


Рис.6. Переходные характеристики исходного объекта и эквивалентного объекта.

Имитационное моделирование

Для анализа эффективности предложенного метода расчета компенсатора построены Simulink-модели системы (рис. 7).

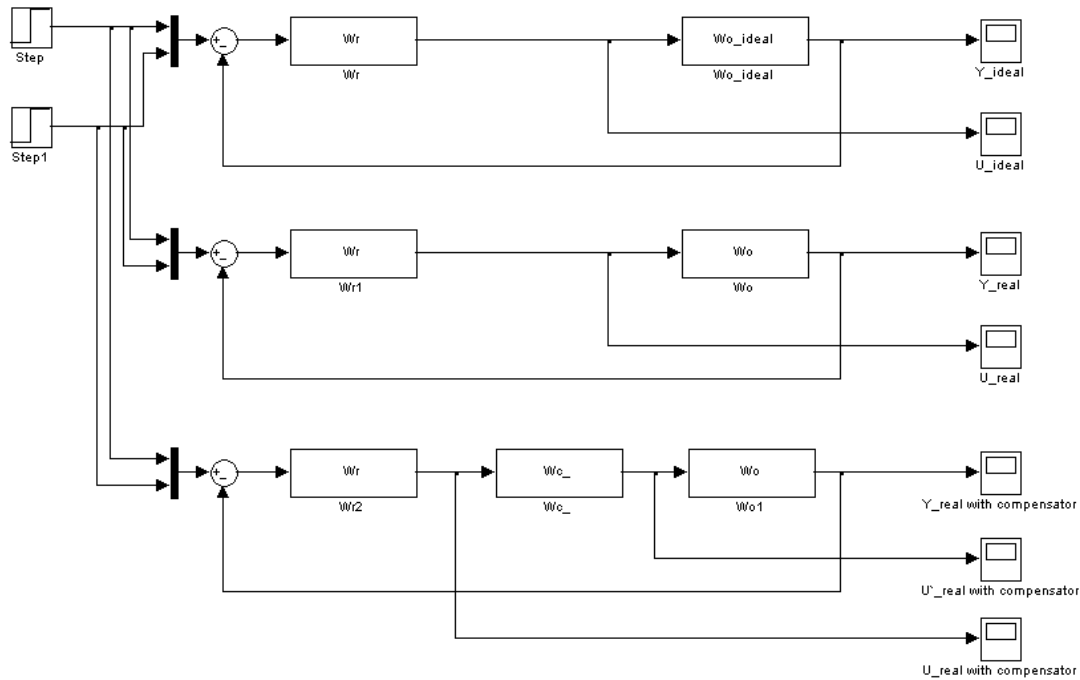
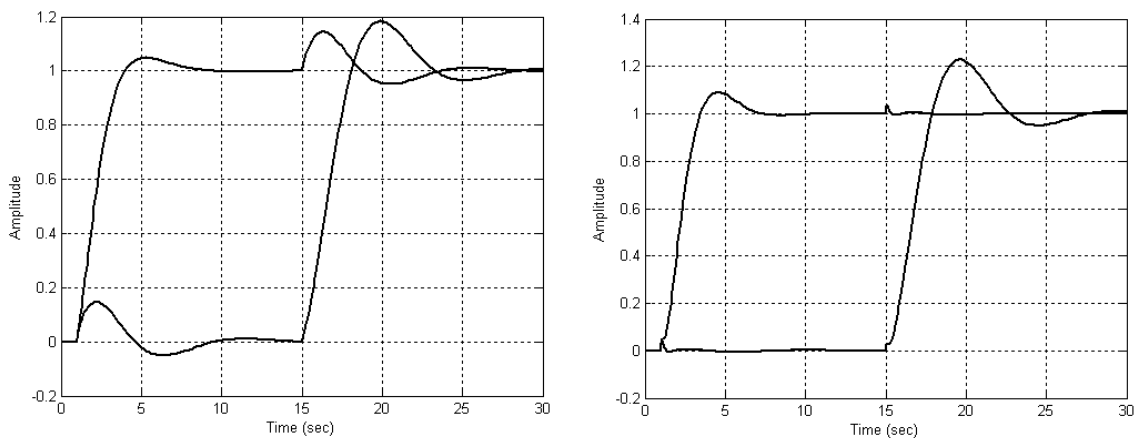


Рис. 7. Simulink-модели.

На рис. 7 показаны три модели системы регулирования с ПИ-регулятором (15). В первой модели используется объект без перекрестных связей (идеальная система). Вторая модель содержит двусвязный объект (13), компенсация перекрестных связей не предусмотрена (система несвязного регулирования). Третья модель включает компенсатор (16) (автономная система). На входы всех трех систем в определенной последовательности подаются одни и те же единичные ступенчатые воздействия.

На рис. 8. представлены переходные характеристики, полученные в ходе имитационного моделирования.



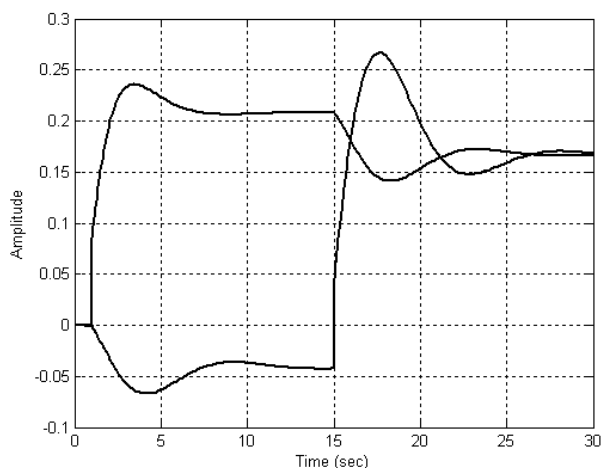
а) система несвязного регулирования

б) автономная система

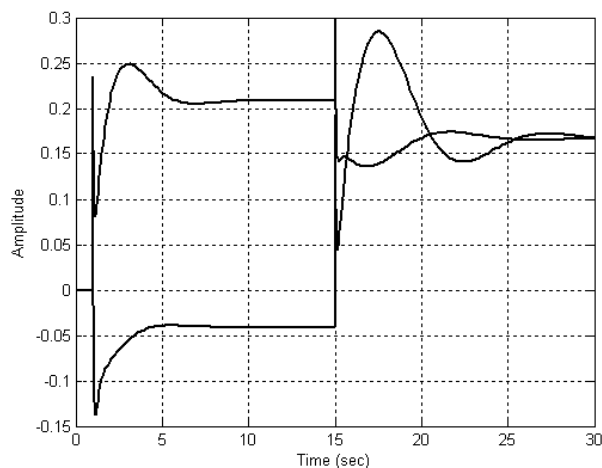
Рис.8. Переходные характеристики систем.

Результаты моделирования показывают, что использование рассчитанного компенсатора позволяет практически исключить взаимное влияние каналов объекта. Динамика автономной системы практически повторяет динамику идеальной системы (на рис. 8 она не показана).

На рис. 9 представлены сигналы управления объектом систем несвязного и автономного регулирования.



а) система несвязного регулирования



б) автономная система

Рис. 9. Сигналы управления.

Диапазоны изменения управляющих воздействий рассмотренных систем сопоставимы, что говорит о технической реализуемости полученной системы компенсации. Пиковые «броски» управляющих сигналов на практике будут сглажены вследствие инерционности исполнительных механизмов.

Заключение

Анализ системы автоматического регулирования двусвязным объектом с компенсацией перекрестных связей показал, что при определенных параметрах объекта компенсатор и система регулирования в целом являются неустойчивыми, причем изменение структуры компенсатора не позволяет решить данную проблему. Предложенный подход позволил рассчитать технически реализуемый устойчивый компенсатор, использование которого позволяет добиться хорошего качества процессов компенсации и регулирования.

-
1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т. / ред. Н.Д. Егупов. – М.: Изд-во МГТУ, 2000.
 2. Ротач, В.Я. Расчет настройки промышленных систем регулирования. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961.

3. Ротач, В.Я. Автоматические настройки систем управления. – М.: Энергоиздат, 1984.
4. Кривошеев, В.П. Автоматизация непрерывных процессов сложных систем в нефтехимии (на примере производства фенола и ацетона): Дис. ...д-ра техн. наук. – Уфа: Изд-во УНИ, 1989.
5. Кривошеев, В.П., Рыбалев, А.Н., Тафинцева, В.В. Проблемы устойчивости систем компенсации перекрестных связей двусвязного объекта. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2009.

Приложение

Исходный код к расчету компенсатора и имитационному моделированию

```

% ПРОГРАММА
clear
close all
global re11 re21 re12 re22 im11 im21 im12 im22 w
% Объект
W11 = tf(5,[1 1]);
W12 = tf(1,[.2 1]);
W21 = tf(1,[.3 1]);
W22 = tf(5,[2 1]);
Wo = [W11 W21; W12 W22];
% Регулятор
Wr1 = tf([0.08 .2],[1 0]);
Wr2 = tf([0.08 .2],[1 0]);
Wr = [Wr1 0;0 Wr1];
% Идеальный компенсатор
Wk12 = W12/W22;
Wk21 = W21/W11;
Wc = [1 0; 0 1];
Wfb = [Wk21 0;0 Wk12];
Wc = feedback(Wc,Wfb,[1 2],[2 1]);
% Аппроксимация компенсатора
w = (0:.1:2)';
[re,im] = nyquist(Wc,w);
re11 = squeeze(re(1,1,:));
im11 = squeeze(im(1,1,:));
re21 = squeeze(re(1,2,:));
im21 = squeeze(im(1,2,:));
re12 = squeeze(re(2,1,:));
im12 = squeeze(im(2,1,:));
re22 = squeeze(re(2,2,:));
im22 = squeeze(im(2,2,:));
a11 = fminsearch(@fun11,[1 1]);
re11_ = -a11(1)*w.*w + re11(1);
im11_ = a11(2)*w;
a12 = fminsearch(@fun12,[-1 -1]);
re12_ = -a12(1)*w.*w + re12(1);
im12_ = a12(2)*w;
a21 = fminsearch(@fun21,[-1 -1]);
re21_ = -a21(1)*w.*w + re21(1);
im21_ = a21(2)*w;
re22_ = re11_; im22_ = im11_;
figure(1)
subplot(2,2,1),
plot(re11,im11,re11_,im11_), grid, title('1-1')
%plot(re11,im11,re11_,im11_,re11_, im11_), grid, title('1-1')
subplot(2,2,2),
plot(re21,im21,re21_,im21_), grid, title('2-1')
subplot(2,2,3),
plot(re12,im12,re12_,im12_), grid, title('1-2')
subplot(2,2,4),
plot(re22,im22,re22_, im22_), grid, title('2-2')

```

```

% Физически реализуемый компенсатор
Wc11_ = tf([a11 re11(1)], [.01 .2 1]);
Wc21_ = tf([a21 re21(1)], [.01 .2 1]);
Wc12_ = tf([a12 re12(1)], [.01 .2 1]);
Wc22_ = Wc11_;
Wc_ = [Wc11_ Wc21_; Wc12_ Wc22_];
% Переходные характеристики объекта
figure(2)
step (Wo, Wo*Wc_), grid;
% «Идеальный» объект
Wo_ideal = Wo; Wo_ideal(1,2) = 0; Wo_ideal(2,1) = 0;
Wfb = [1 0; 0 1];
% «Идеальная» система
W_ideal = feedback(Wo_ideal*Wr, Wfb, [1 2], [1 2]);
% Система несвязного регулирования
W_real = feedback(Wo*Wr, Wfb, [1 2], [1 2]);
% Автономная система
W_real_comp = feedback(Wo*Wc_*Wr, Wfb, [1 2], [1 2]);
% Переходные характеристики систем
figure(3)
step(W_ideal, W_real, W_real_comp), grid

% МИНИМИЗИРУЕМЫЕ ФУНКЦИИ
% По каналу 11 (и 22)
function error = fun11(a)
global re11 im11 w
re = -a(1)*w.*w + re11(1);
im = a(2)*w;
error = sum((re-re11).^2 + (im-im11).^2)

% По каналу 12
function error = fun12(a)
global re12 im12 w
re = -a(1)*w.*w + re12(1);
im = a(2)*w;
error = sum((re-re12).^2 + (im-im12).^2)

% По каналу 21
function error = fun21(a)
global re21 im21 w
re = -a(1)*w.*w + re21(1);
im = a(2)*w;
error = sum((re-re21).^2 + (im-im21).^2)

```