

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТРАЕКТОРИЙ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

*The simulation of electron transport in solid specimen under the condition of electron irradiation in the scanning electron microscope is presented. The 3D animation is based on random walk of electrons according to elastic and inelastic energy losses by the Monte-Carlo method. The simulation model is designed provided Matlab programming. The results of computer 3-D simulation for the various initial parameters are discussed.*

### Введение

В случаях, когда в прикладных задачах аналитические методы не дают решения проблемы, прибегают к методам статистических испытаний, или методам Монте-Карло. Одним из примеров применения метода статистических испытаний является имитация на ЭВМ случайных процессов рассеяния и потерь энергии электроном в твердом теле. В растровой электронной микроскопии изображение объекта формируется последовательно по точкам и является результатом взаимодействия электронного пучка с поверхностью образца. При взаимодействии электронного пучка с твердой мишенью возникает большое число явлений, которые служат основой для формирования различного рода сигналов. К ним можно отнести вторичные и отраженные электроны, характеристическое и тормозное рентгеновское излучение, Оже-электроны и фононы различных энергий [1]. Подробную информацию обо всех этих процессах можно получить, проводя расчеты по методу Монте-Карло [2-5]. Моделирование методом Монте-Карло стохастических явлений [6] вызывает интерес и в связи с распространением информационных технологий – рост доступных объемов оперативной памяти и быстродействия микропроцессоров позволяет переходить к трехмерному моделированию, изучать процесс рассеяния электронов в облучаемых материалах более подробно.

В данной работе представлены результаты моделирования транспорта электронов при облучении твердых тел в растровой электронной микроскопии на основе применения концепций метода Монте-Карло.

### Физическая и математическая постановки задачи моделирования электронных траекторий в твердых телах

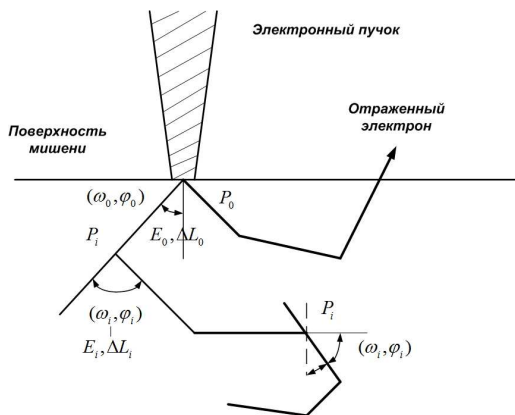


Рис. 1. Упрощенная модель траектории движения электронов.

При использовании метода Монте-Карло для моделирования транспорта электронов считается, что электрон с энергией  $E_0$  падает на поверхность образца в некоторую точку  $P_0$  (рис. 1) с координатами  $(0, 0, b)$ . Электрон может испытывать упругие или неупругие соударения и может быть отражен обратно из образца. Методика расчета предполагает, что каждый электрон после рассеяния в точке  $P_i$  на углы  $\omega_i, \varphi_i$  ( $\omega_i$  – азимутальный угол,  $\varphi_i$  – угол отклонения) проходит в образце между случайными событиями рассеяния

отрезок пути  $\Delta S_i$  по прямой линии с энергией  $E_i$ . При расчете определяются значения  $\omega_i$ ,  $\varphi_i$ ,  $E_i$  в каждой последующей точке  $P_i$ , расположенной на расстоянии  $\Delta S_i$  по траектории. Новое значение энергии и направление движение электрона после каждого атома рассеяния получают из соответствующих распределений с помощью случайных чисел.

Расчет траектории и потерь энергии электроном на ее длине производится до тех пор, пока величина его энергии вследствие неупругого рассеяния не уменьшится до энергии электронов в твердом теле или до произвольной пороговой энергии, обычно выбираемой как энергия, при которой интересующие нас процессы не могут больше иметь места. Например, при энергии  $\sim 500$  эВ электрон уже не может больше вызывать ионизацию. Расчет производится для траекторий большого числа электронов, пока не получится статистическое верное описание процесса рассеяния электронов при выбранных моделях рассеяния электронов и потерь ими энергии.

Для расчетов в данной работе использованы сечение Резерфорда, закон непрерывных потерь энергии Бете, и длина шага, пропорциональная средней длине свободного пробега электронов.

### Алгоритм моделирования транспорта электронов в твердых телах

Вид взаимодействия (упругое либо неупругое) определяется с помощью случайных чисел, равномерно распределенных в интервале (0, 1), генерируемых с использованием встроенной функции ППП Matlab.

Установлено, что область взаимодействия электронов с твердым телом весьма локальна и имеет размеры в несколько микрометров [2-3]. Глубина этой области существенно больше, чем ширина, и по форме представляет собой четкую «грушу». Прохождение такой формы становится понятным при учете свойств упругого и неупругого рассеяния. Для вещества с низким атомным номером неупругое рассеяние становится более вероятным, и, следовательно, электроны, проникающие первоначально в твердое тело, претерпевают относительно малое рассеяние в узкой области грушевидного объема [1]. Электроны теряют энергию, а при более низких энергиях упругое рассеяние становится более вероятным. В результате упругого рассеяния электроны отклоняются от первоначального направления движения, рассеяние в поперечном направлении приводит к образованию широкой части грушевидной области взаимодействия.

Таким образом, всю область мишени можно разделить на два слоя: первый – приповерхностная область облучаемого материала (например, 1/20 от размера бомбардируемой пластинки); второй – остальная часть твердого тела. При попадании электронов в верхнюю область необходимо увеличить вероятность неупругого взаимодействия, при попадании электрона в остальную область мишени – вероятность упругого взаимодействия.

После определения вида рассеяния электрона в точке  $P_i$  необходимо найти его следующее местоположение. Значения  $\omega_i$ ,  $\varphi_i$  ( $\omega_i$  – азимутальный угол,  $\varphi_i$  – угол отклонения, рис. 2) будут определять направление движения электронов.

Упругое рассеяние происходит в результате столкновения электронов с ядрами атомов, частично экранированных связными электронами. Электрон отклоняется от направления падения на угол  $\varphi_Y$ , который может принимать значения от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ , но его типичное значение

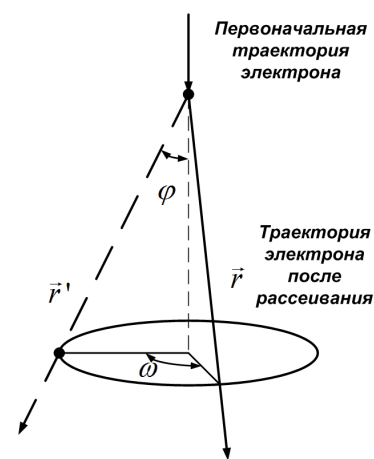


Рис. 2. Отклонение электрона при рассеивании. Угол отклонения  $\varphi$  и азимутальный угол  $\omega$ .

составляет величина порядка  $10^\circ$ . Доказано, что при актах упругого соударения происходит отклонение на углы больше  $2^\circ$ , поэтому будем генерировать углы в диапазоне  $[2^\circ; 10^\circ]$  с большей вероятностью, а углы  $(10^\circ; 180^\circ)$  – с меньшей.

Так как средняя длина свободного пробега и сечение рассеяния обратно пропорциональны, то видно, что средняя длина свободного пробега возрастает при уменьшении атомного номера и увеличении энергии электрона. Значение  $\varphi_Y$  определяем, генерируя случайное число в диапазоне  $\left[\frac{\pi}{90}, \frac{\pi}{6}\right]$ . При неупругом взаимодействии происходит отклонение электрона на угол  $\varphi_N$ ,

причем  $\varphi_N \ll \varphi_Y$ . Пусть  $0^0 < \varphi_N < 2^0$ . Азимутальный угол  $\omega$  будет рассчитываться по формуле:

$$\omega = 2\pi R, \quad (1)$$

где  $R$  – случайное число.

Расстояние, которое электрон проходит между двумя соседними взаимодействиями, равно длине его пробега [4]:

$$l = -\lambda \ln(1 - \xi), \quad (2)$$

где  $\xi \in [0,1]$  – равномерно распределенная случайная величина;  $\lambda$  – средняя длина свободного пробега ( $\lambda = (A/N_0)\rho\sigma$ );  $A$  – атомный вес, г/моль;  $N_0$  – число Авогадро ( $6.02 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$ );  $\rho$  – плотность, г/см $^3$ ;  $\sigma$  – сечение рассеяния.

В качестве сечения можно использовать сечение по модели Резерфорда [3]:

$$\sigma(> \varphi_0) = 1.62 \cdot 10^{-20} \cdot \frac{Z^2}{E^2} \cdot \text{ctg} \frac{\varphi_0}{2}, \quad (3)$$

где  $\sigma(> \varphi_0)$  – вероятность рассеяния на угол, превосходящий  $\varphi_0$ ;  $Z$  – атомный номер рассеивающего атома;  $E$  – энергия электрона (кэВ).

Текущее положение электрона определено координатами  $(x, y, z)$ , текущая траектория электрона – единичным вектором  $\vec{r}$ , который характеризуется направляющими косинусами:

$$\begin{cases} \cos \alpha = \vec{r} \cdot \vec{i}, \\ \cos \beta = \vec{r} \cdot \vec{j}, \\ \cos \gamma = \vec{r} \cdot \vec{k}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы.

Первоначально положение электрона задается координатами  $(x^0, y^0, z^0)$ , а траектория определена значениями направляющих косинусов  $(0, 0, -1)$ . Новое положение электрона  $(x^1, y^1, z^1)$  рассчитывается по соотношению:

$$\begin{cases} x^1 = x^0 + \cos \alpha \cdot l, \\ y^1 = y^0 + \cos \beta \cdot l, \\ z^1 = z^0 + \cos \gamma \cdot l, \end{cases} \quad (5)$$

где  $l$  – это путь, который электрон проходит между двумя соударениями, рассчитываемый по формуле (1).

Известные литературные источники не приводят конкретных соотношений для расчета азимутального угла и угла отклонения. Поэтому в рамках данного исследования был осуществлен вывод рабочих формул для нахождения направления траекторий движения электронов.

Электрон первоначально попадает в точку  $A$ , под углом  $90^\circ$  к осям  $x$  и под углом  $180^\circ$  к оси  $z$ . В этой точке электрон сначала отклоняется на угол  $\varphi$  от первоначального направления, а затем поворачивается на азимутальный угол  $\omega$  так, как это схематически показано на рис. 3. В результате электрон получит новое направление и окажется в точке  $B$ .

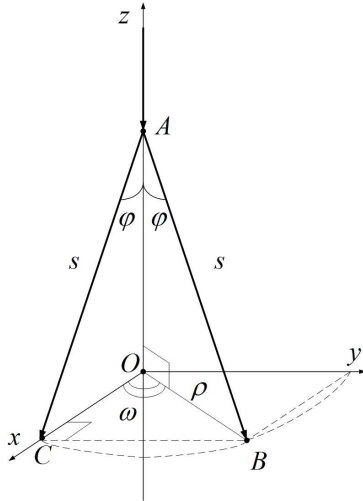


Рис. 3. Отклонение электрона при рассеивании. Угол отклонения  $\varphi$  и

Новое направление электрона определяется системой соотношений:

$$\begin{cases} s_x = \cos \alpha^1 = |s| \cdot \cos \omega \cdot \sin \varphi, \\ s_y = \cos \beta^1 = |s| \cdot \sin \omega \cdot \sin \varphi, \\ s_z = \cos \gamma^1 = |s| \cdot \cos \varphi, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\vec{s}$  – единичный вектор.

Направляющие косинусы будут определяться выражением (6) только в том случае, когда «новое» направление электрона совпадает со «старым», первоначальным направлением. Для определения «новых» направляющих косинусов рассмотрим рис. 4. Пусть в начальный момент времени электрон движется вдоль вектора  $\vec{r}_0$  в «старой» (глобальной) системе координат  $(O, x, y, z)$ . Его направление характеризуется направляющими косинусами  $(\cos \alpha^0, \cos \beta^0, \cos \gamma^0)$ . После упругого или неупругого столкновения в точке  $A$  электрон приобретает новое направление траектории движения  $\vec{r}_1$ . Свяжем с вектором  $\vec{r}_1$  «новую» систему координат с ортонормированным базисом  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ . Вектор  $\vec{e}_3$  по направлению совпадает со «старым» направлением движения электрона. Направляющие косинусы  $(\cos \alpha^1, \cos \beta^1, \cos \gamma^1)$  вектора  $\vec{r}_1$  в «новой» системе координат определены соотношениями (6).

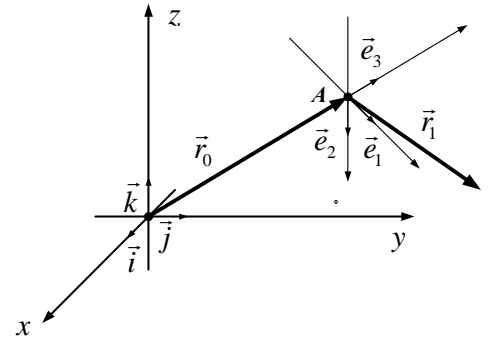


Рис. 4. Схема изменения направления движения электрона.

Чтобы определить «новые» направляющие косинусы электрона, необходимо найти координаты вектора  $\vec{r}_1$  относительно системы координат  $(O, x, y, z)$ .

Координаты базисного вектора  $\vec{e}_3$  положим равными  $(\cos \alpha^0, \cos \beta^0, \cos \gamma^0)$ . Координаты остальных векторов базиса будем подбирать из условия их взаимной ортогональности. Следовательно:

$$\vec{e}_2 = \left( -\frac{\cos \beta^0}{\sqrt{1 - (\cos \gamma^0)^2}}, \frac{\cos \alpha^0}{\sqrt{1 - (\cos \gamma^0)^2}}, 0 \right). \quad (7)$$

Чтобы найти  $\vec{e}_1$ , решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x_{e_1} \cdot \cos \alpha^0 + y_{e_1} \cdot \cos \beta^0 + z_{e_1} \cdot \cos \gamma^0 = 0, \\ -\frac{x_{e_1} \cdot \cos \beta^0}{\sqrt{1 - (\cos \gamma^0)^2}} + \frac{y_{e_1} \cdot \cos \alpha^0}{\sqrt{1 - (\cos \gamma^0)^2}} = 0, \\ (x_{e_1})^2 + (y_{e_1})^2 + (z_{e_1})^2 = 1 \end{cases} \quad (8)$$

Следовательно:

$$\vec{e}_1 = \left( \frac{\cos \alpha^0 \cdot \cos \gamma^0}{\sqrt{1 - (\cos \gamma^0)^2}}, \frac{\cos \beta^0 \cdot \cos \gamma^0}{\sqrt{1 - (\cos \gamma^0)^2}}, \sqrt{1 - (\cos \gamma^0)^2} \right). \quad (9)$$

Критерием верности полученных соотношений служит проверка условия ортогональности векторов. Теперь можно найти значения «новых» направляющих косинусов  $(\cos \alpha^1, \cos \beta^1, \cos \gamma^1)$  через «старое» направление  $(\cos \alpha^0, \cos \beta^0, \cos \gamma^0)$ , используя матрицу перехода и координаты вектора  $\vec{r}_0$  в глобальной системе координат.

Для дальнейшего расчета направляющих косинусов в программном приложении использованы следующие соотношения: если  $|\cos \gamma^{i+1}| > 0.9999$ , то  $\cos \alpha^{i+1} = \cos \omega \cdot \sin \varphi$ ,

$\cos \beta^{i+1} = \sin \omega \cdot \sin \varphi$ ,  $\cos \gamma^{i+1} = \frac{\cos \varphi \cdot \cos \gamma^i}{|\cos \gamma^i|}$ ; во всех остальных случаях:

$$\begin{aligned} \cos \alpha^{i+1} &= \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - (\cos \gamma^i)^2}} (\cos \alpha^i \cdot \cos \gamma^i \cdot \cos \omega - \cos \beta^i \cdot \sin \omega) + \cos \alpha^i \cdot \cos \varphi, \\ \cos \beta^{i+1} &= \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - (\cos \gamma^i)^2}} (\cos \beta^i \cdot \cos \gamma^i \cdot \cos \omega - \cos \alpha^i \cdot \sin \omega) + \cos \beta^i \cdot \cos \varphi, \\ \cos \gamma^{i+1} &= -\sin \varphi \cdot \cos \omega \cdot \sqrt{1 - (\cos \gamma^i)^2} + \cos \gamma^i \cdot \cos \varphi. \end{aligned} \quad (10)$$

Неупругое рассеяние возникает благодаря задействию двух механизмов: неупругих взаимодействий с ядрами атомов и неупругих взаимодействий со связными электронами. В обоих случаях происходит изменение энергии падающего пучка электронов. Как уже отмечалось, такое изменение энергии можно описать с помощью непрерывной функции. В частности, можно использовать соотношение Бете [1] для непрерывной потери энергии, которое учитывает все процессы потерь энергии. Потеря энергии на единицу длины в твердом теле  $dE/dx$  равна [4]:

$$\frac{dE_m}{dx} = -2\pi e^4 N_0 \frac{Z\rho}{AE_m} \cdot \ln \left( \frac{1.166 \cdot E_m}{J} \right), \text{ кэВ/см}, \quad (11)$$

где  $e$  – заряд электрона;  $N_0$  – число Авогадро;  $N$  – атомный номер;  $A$  – атомный вес, г/моль;  $\rho$  – плотность, г/см<sup>3</sup>;  $E_m$  – средняя энергия электрона на пути, кэВ;  $J$  – средний потенциал ионизации, кэВ.

Средний потенциал ионизации, которым является средняя потеря энергии на взаимодействие при учете всех возможных процессов потери энергии, дается соотношением [1]:

$$J = (9.76 \cdot Z + 58.5 \cdot Z^{-0.19}) \cdot 10^{-3}, \text{ кэВ}. \quad (12)$$

Дополняя уравнение (11) начальным условием, имеем задачу Коши, для решения которой используем встроенные решатели ППП Matlab.

Расчет траектории и потерь энергии электроном на ее длине будем производить до тех пор, пока величина его энергии не станет такой, при которой электрон уже не может больше вызывать ионизацию, – например, ~ 500эВ.

Электрон, достигнув поверхности, может покинуть ее, если его энергия будет не меньше энергии выхода электрона из вещества.

## Программная реализация имитационной модели в ППП Matlab

Программное приложение реализовано в ППП Matlab 7.8.0. Модуль является универсальным, обладает динамичным интерфейсом и содержит одну экранную форму, снабженную необходимыми теоретическими сведениями и пояснениями. Данная программа реализует имитационную модель распространения электронов в твердых облученных телах. Симулированы два классических взаимодействия электронного пучка с образцом – упругие и неупругие процессы, в частности упруго-отраженные электроны и обратно-отраженные электроны.

Активизация рабочего пространства требует загрузки программной среды и осуществляется запуском *.m*-файла, в результате на экране появляется окно инициализации входных данных и вывода результатов, как показано на рис. 5. В качестве входных аргументов в области *INITIALIZATION* вводятся количество электронов (*Number of electrons*); время, равное одному итерационному шагу (*Time interval, arb. units*); значение начальной энергии электронного пучка (*Initial value of electron beam energy, keV*); химический состав (*Type of solid specimen*); размеры облучаемого материала (*Size of specimen*). Для удобства просмотра, предлагается выбор масштаба (*Scaling up to*). Активизации клавиши «Plot» приводит к запуску основных расчетов, непосредственно отвечающих за моделирование электронных траекторий, а также к выводу 3D-графика.

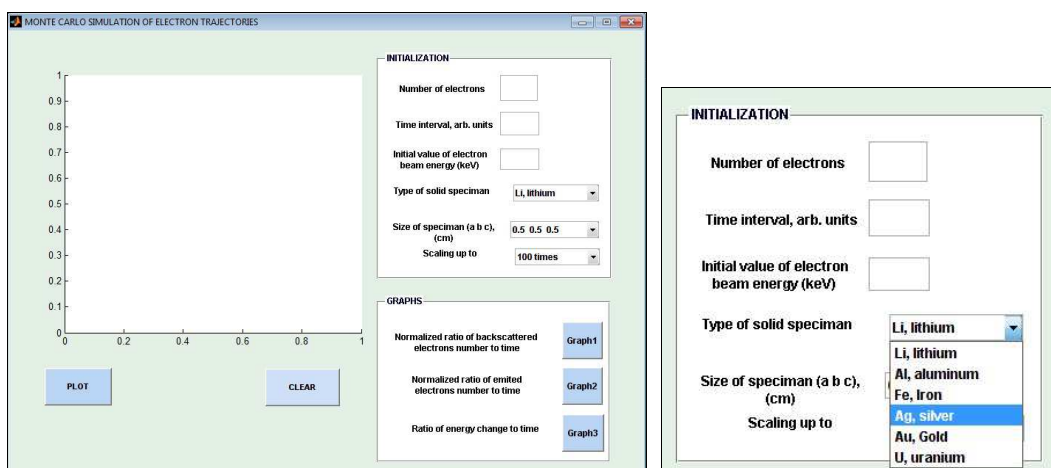


Рис. 5. Интерфейс демонстрационной программы.

### Анализ результатов моделирования

Отдельная траектория, хотя она и может быть точно рассчитана, не дает какой-либо информации о полном взаимодействии «электрон – твердое тело» и поэтому для достижения статистической достоверности должно быть рассчитано достаточно большое число траекторий (обычно 1000-10000). При вычерчивании такого количества траекторий визуализируется форма области взаимодействия пучка в твердом теле. Проведем анализ зависимости области от параметров пучка и образца: энергии пучка, атомного номера объекта, толщины образца.

Приведем модельное распределение электронов в зависимости от химического состава вещества. Расчеты, осуществленные методом Монте-Карло для мишеней, состоящих из алюминия ( $Z = 13$ ), железа ( $Z = 26$ ) и золота ( $Z = 79$ ) (рис. 6), показывают, что линейные размеры области взаимодействия при фиксированной энергии пучка уменьшаются с возрастанием атомного номера.

Это прямое следствие возрастания сечения упругого рассеяния, так как из уравнения (3) следует, что  $\sigma \sim 500$ . В мишенях с высоким атомным номером электроны претерпевают больше упругих соударений на единицу длины и средний угол рассеяния больше, чем в мишенях с низким атомным номером. Траектории в материалах с высоким атомным номером, таким образом,

стремятся отклониться от первоначального направления движения, и глубина их проникновения в твердое тело уменьшается. В материалах с низким атомным номером траектории в твердом теле меньше отклоняются от начального направления движения, что приводит к более глубокому проникновению электронов. Форма области взаимодействия также существенно изменяется в зависимости от атомного номера.

Представим результаты расчета электронных траекторий при различных значениях стартовой энергии. Размер области взаимодействия сильно зависит от энергии, с которой электроны попадают на образец. Увеличение ее размеров с ростом энергии пучка становится понятным при исследовании уравнений (3) и (11). Сечение упругого рассеяния обратно пропорционально квадрату энергии  $\sigma \sim 1/E^2$ .

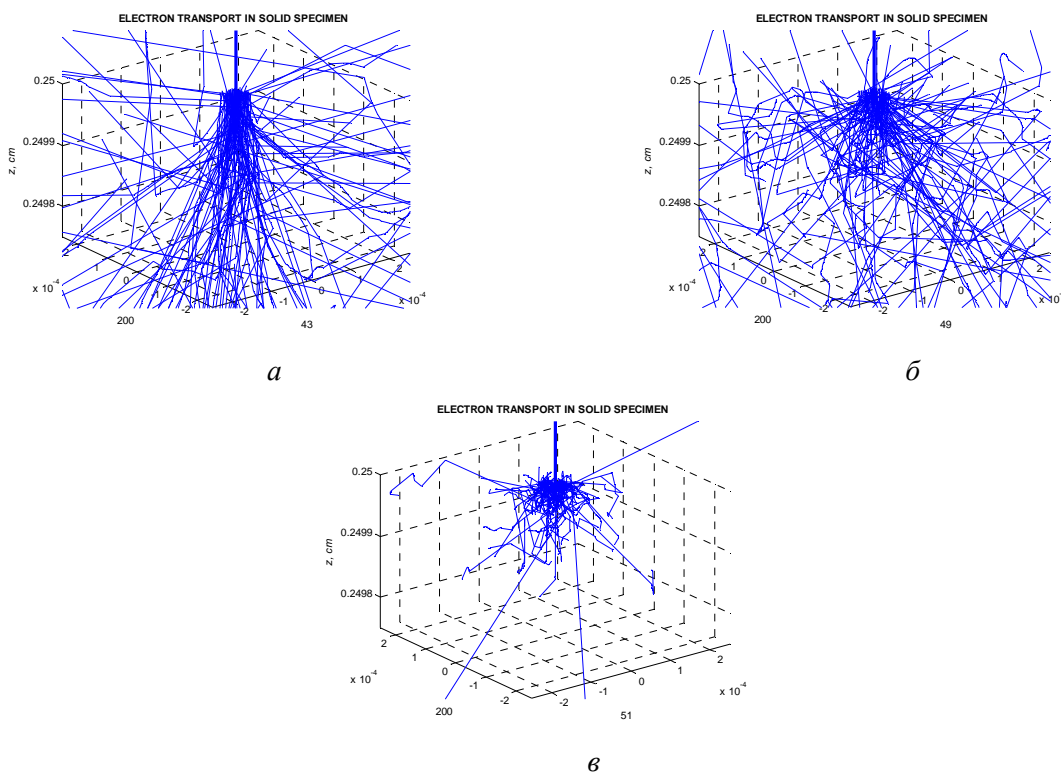


Рис. 6. Расчет области взаимодействия в твердом теле методом Монте-Карло,  $E_0 = 20$  кэВ:  
*a* – алюминий; *б* – железо, *в* – золото.

Таким образом, по мере возрастания энергии траектории электронов вблизи поверхности становятся более спрямленными и электроны глубже проникают в твердое тело, прежде чем эффекты многократного рассеяния приведут к развороту части электронов и движению назад к поверхности. Скорость потерь энергии на проходимом пути, как это следует из уравнения Бете, обратно пропорциональна энергии  $dE/dx \sim 1/E$ . При более высоких энергиях электроны могут проникать на большие глубины, так как у них сохраняется большая доля начальной энергии после прохождения одного и того же отрезка пути. Форма области взаимодействия существенно не меняется при изменении энергии пучка. Поперечные размеры и размер в глубину изменяются с энергией аналогичным образом.

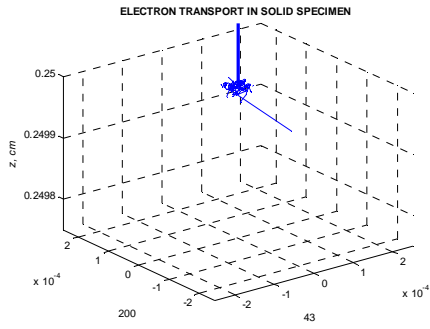
Для проверки зависимости формы и размеров области электронного рассеяния в облучаемой мишени от значений стартовой энергии были проведены следующие испытания методом Монте-Карло: твердое тело (элементный состав – золото) облучали электронами; прослеживалось 50 историй электронов. Первоначальный угол падения электронного луча к поверхности мишени –  $90^\circ$ . Результаты расчетов, проведенные при различных значениях стартовых энергий, представлены на рис. 7.

Для анализа динамики числа оставшихся и покинувших образец электронов проводился подсчет нормированных по отношению к первоначальному числу электронов с течением времени. На рис. 8 приведены соответствующие графики при начальной энергии пучка 20 кэВ для золота. Обработка данных проводилась с использованием метода наименьших квадратов.

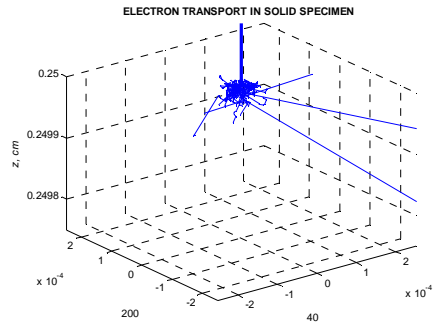
Для проверки адекватности результатов компьютерного моделирования полученное распределение электронного пучка в твердом теле сравнивалось с полуокружностью с центром в точке падения луча, аппроксимирующую огибающую траекторий электронов. С этой целью принималось значение полной длины пробега электрона  $R_{KO}$ , рассчитанное по Канайя и Окайма. Выражение для полной длины пробега с учетом полного сечения рассеяния, учитывающего как упругие, так и неупругие акты взаимодействия имеет вид:

$$R_{KO} = 0.0276 \cdot A \cdot E_0^{1.67} / Z^{0.889} \cdot \rho, \text{ мкм}, \quad (13)$$

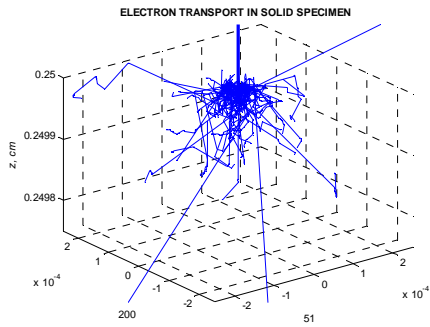
где  $E_0$  дается в кэВ;  $A$  – в г/моль;  $\rho$  – в г/см<sup>3</sup>;  $Z$  – атомный номер мишени.



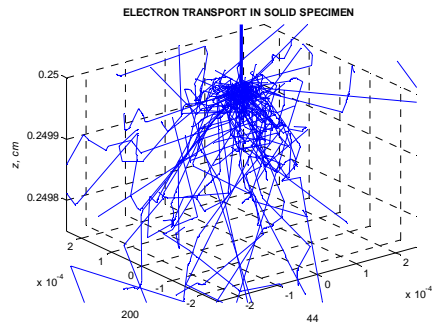
*a*



*б*

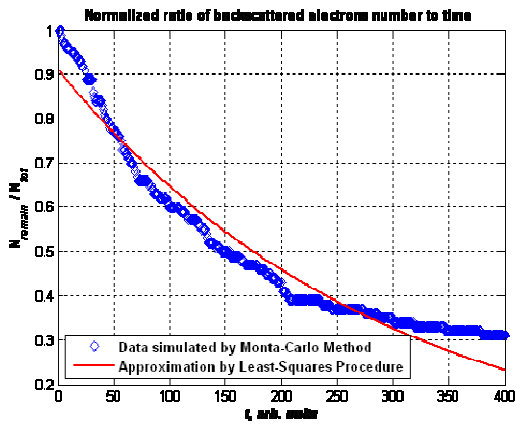


*в*

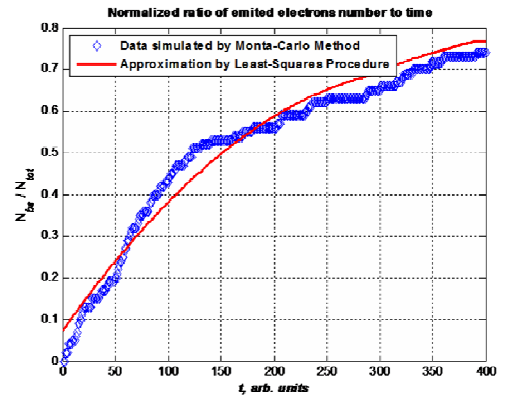


*г*

Рис. 7. Расчет области взаимодействия в золоте для разной энергии пучка:  
*a* – 5 кэВ; *б* – 10 кэВ, *в* – 20 кэВ, *г* – 30 кэВ.



*a*



*б*

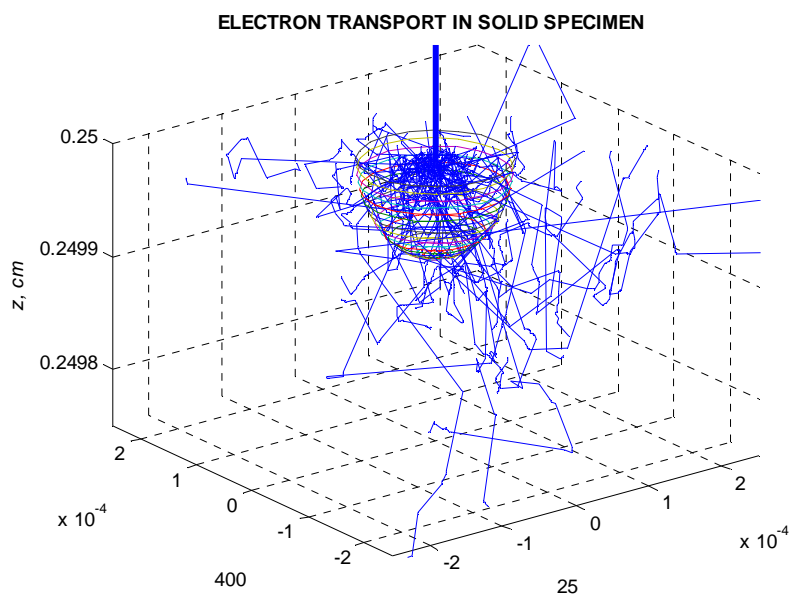
Рис. 8. Нормированная временная зависимость отношения оставшихся (*a*)  
и эмитированных (*б*) электронов.

Рассчитанные согласно этому выражению значения  $R_{KO}$  для алюминия и золота приведены в таблице.

**Сравнение различных длин свободного пробега (в мкм) [2]**

| Мишень                       | 5кэВ  | 10кэВ | 20кэВ | 30кэВ |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Алюминий                     |       |       |       |       |
| Пробег по Канайе-Окайме (12) | 0,41  | 1,32  | 4,2   | 8,3   |
| Золото                       |       |       |       |       |
| Пробег по Канайе-Окайме      | 0,085 | 0,27  | 0,86  | 1,70  |

На рис. 9 представлено рассеяние 100 электронов при начальной энергии, равной 20 кэВ. Облучаемый материал – золото. Геометрическая модель образца – куб с длиной стороны 0,5 см. Время соответствовало 400 итерационным шагам.



*Рис. 9.* Сравнение формы области распределения электронного пучка в твердом теле с аппроксимирующей полуокружностью.

Следует подчеркнуть два обстоятельства: во-первых, полная длина пробега не совпадает с глубиной проникновения электрона в мишень; во-вторых, приведенная формула приближенная и позволяет получать лишь качественные оценки этих величин.

### Заключение

В работе сформулирована динамическая статистическая 3D-модель взаимодействия сфокусированного зонда растрового электронного микроскопа с твердыми телами. В математической формулировке модели учтены упругие и неупругие процессы взаимодействия электронов с образцом, вызванные бомбардировкой мишени. Проведена численная реализация имитационной модели, основанная на алгоритмизации метода статистических испытаний (метод Монте-Карло) в ППП Matlab. На основании предложенного алгоритма реализовано программное приложение по имитации электронных траекторий. Разработанное программное приложение позволяет наблюдать анимацию электронных траекторий для выбранного элементного состава материала, мощности падающего излучения, времени рассеяния, количества историй электронов, а после каждой реализации вычислительного эксперимента контролировать динамику изменения оставшихся и покинувших электронов.

- 
1. Гоулдстейн, Дж. Растровая электронная микроскопия и микроанализ – М.: Мир, 1984. – 303с.
  2. Борисов, С.С. Моделирование методом Монте-Карло физических процессов взаимодействия нерелятивистских электронов с веществом: Дис. ...д-ра физ.-мат. наук. – 2006 . – 154с.
  3. Лебедь, В.И. Моделирование методом Монте-Карло процессов взаимодействия пучка электронов с твердым телом и возбуждения рентгеновского излучения: автореф. дис....канд. физ.-мат. наук. – М., 2004. – 190 с.
  4. Napchan, E. Monte Carlo Simulation of Electron Trajectory // European Microscopy and Analysis. – 1992. – V. 2. – P. 21-23.
  5. Cazaux, J. Mechanisms of charging in electron spectroscopy // Journal of Electron and Related Phenomena – 1999. – V.105. – P. 155-185.
  6. Соболев, И.М. Метод Монте-Карло. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1985. – 80 с.