

И.А. Сычева

**СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ  
С СИГНАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ  
И ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА**

*The main goal of this article is the synthesis of adaptive control system for dynamic object with neutral time delay, noise influence is a time-function coming to zero. It's proposed adaptive control algorithm with the signum component. Time characteristics are got as imitation modeling results.*

**Введение**

Разработка новых алгоритмов для адаптивных систем управления позволяет расширить класс управляемых объектов, а также улучшить качественные характеристики адаптивного управления – такие как ошибка рассогласования и время стабилизации системы. В работе рассмотрен синтез нового класса алгоритмов для адаптивных систем с сигнальной составляющей и запаздыванием нейтрального типа; данный тип запаздывания является общим случаем запаздывания по состоянию. Примером объекта с запаздыванием может быть асинхронный двигатель переменного тока, в котором напряжение на статоре изменяется в соответствии с управлением не сразу, а спустя некоторое время [3]. Основой для исследования стали работы [1-2], в которых описывается синтез адаптивных систем с сигнальной составляющей, в том числе и с запаздыванием по состоянию. Введение в систему нейтрального запаздывания расширяет функциональные возможности системы.

**Математическое описание объекта**

Рассмотрим объект управления, динамика которого описывается дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом нейтрального типа (случай скалярного управления):

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Dx(t-\theta) + \Gamma \frac{dx(t-\rho)}{dt} + bu(t), \quad (1)$$

$$y(t) = L^T x(t), v(t) = g^T(t)y(t), \quad (2)$$

$$x(\theta) = \varphi(\theta), \theta \in [-\tau_{\max}, 0], \frac{dx(\rho)}{d\rho} = \frac{d\varphi(\rho)}{d\rho}, \rho \in [-\tau_0, 0], \quad (3)$$

где  $x(t) \in R^n$  – вектор состояния;  $y(t) \in R^m$  – вектор выхода;  $u(t) \in R^l$  – управляющее воздействие;  $v(t) \in R^m$  – обобщенный выход системы;  $\varphi(\theta), \phi(\rho) \in C_{r_{\max}}$  – начальные вектор-функции;  $\theta, \rho, \tau_0, \tau_{\max} = const > 0$  – запаздывание;  $f(t) \in R^n$  – вектор затухающих возмущений;  $g(t) = (g_1(t), g_2(t), \dots, g_M(t))$ ;  $g_M(t) = g_{0M} = const$  – вектор-столбец;  $A, D, B, L$  – матрицы соответствующего размера, числовые значения которых зависят от вектора неизвестных параметров  $\xi \in \Xi$ .

Если матрица  $\Gamma$  известна и ее собственные значения лежат в круге радиуса единица, то достаточно задать закон управления в виде:

$$u(t) = u_{sign} + \chi_1(t)r_* + \chi_2(t)[r_* - v(t)] + \chi_3 q_1^T y(t-\theta).$$

Если собственные числа матрицы  $\Gamma$  неизвестны, но структура ее такова, что ее можно представить в виде  $\Gamma = -\chi_{04} b q_2^T L^T$ , тогда структура регулятора должна содержать  $dy(t-\rho)/dt$ , в такой ситуации для управления объектом (1)-(3) может быть использована структура регулятора в виде

$$u(t) = u_{sign} + \chi_1(t)q_1^T y(t-\theta) + \chi_2(t)q_2^T \frac{dy(t-\rho)}{dt} + \chi_3(t)[r_* - v(t)]. \quad (4)$$

**Постановка задачи**

Для адаптивной системы (1)-(4) в условиях априорной неопределенности и при любых начальных условиях требуется при  $f(t) = 0$  синтезировать алгоритм управления таким образом, чтобы обеспечивалось выполнение следующих целевых условий:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_* - x(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, x_* = const, \quad (5)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \chi_i(t) = \chi_{0i} = const, i = \overline{1, 2}, \quad (6)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = g_0 = const. \quad (7)$$

Параметры адаптивного регулятора подвергаются самонадстройке с использованием алгоритмов:

$$\frac{d\chi_1(t)}{dt} = F_1(v, r_*, t), \quad \frac{d\chi_2(t)}{dt} = F_2(v, r_*, t), \quad \frac{d\chi_3(t)}{dt} = F_3(v, r_*, t),$$

$$u_{sign}(t) = F_4(v, r_*, t), \quad \frac{dg_j(t)}{dt} = \Phi(y, v, r_*, t), j = \overline{1..m-1},$$

в которых функции  $F_1(v, r_*, t), F_2(v, r_*, t), F_3(v, r_*, t), F_4(v, r_*, t)$  и  $\Phi(y, v, r_*, t)$  подлежат определению.

**Синтез адаптивной системы управления  
с запаздыванием нейтрального типа  
и сигнальной составляющей**

*Первый этап.* Для нахождения эквивалентного математического описания системы (1)-(4) представим неявную ЭМ системы в квазистабилизированном режиме следующими уравнениями:

$$\frac{dx_*}{dt} = A_0 x_* + D_0 x_*(t-\theta) + \Gamma_0 \frac{dx_*(t-\rho)}{dt} + b(\chi_{01} + \chi_{02})r_* = 0, v_* = g_0^T L^T x_*. \quad (8)$$

Используя переменные  $e(t) = x_* - x(t)$ ,  $z(t) = v_* - v(t)$ , получим эквивалентное математическое описание (1)-(4), которое может быть представлено в виде:

$$\frac{de(t)}{dt} = A_0 e(t) + D_0 e(t-\theta) + \Gamma \frac{de(t-\rho)}{dt} + b\mu(t), \quad (9)$$

$$z(t) = r_* - g^T(t)y(t), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mu(t) = & (u_{sign}(s) + b_1^{-1}f(s)) - (\chi_{33}(t) - \chi_{03})z(t) + \\ & + \chi_{03}(g(t) - g_0)^T y(t) - (\chi_1(t) - \chi_{01})q_1^T y(t-\theta) - \\ & - (\chi_2(t) - \chi_{02})q_2^T \frac{dy(t-\rho)}{dt}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $A$  и  $D$  удовлетворяют условию структурного согласования.

$$A_0 = A - \chi_{02} B G_0^T L^T, D_0 = D - \chi_{03} B q_1^T L^T, B_0 = B(\chi_{01} + \chi_{02}). \quad (13)$$

*Второй этап.* Для гиперустойчивости нелинейной части системы (1)-(4) требуется выполнение ИНП вида:

$$\begin{aligned} h(0, t) = & - \int_0^t \mu(s)z(s)ds = \int_0^t [(u_{sign}(s) + b_1^{-1}f(s)) + \\ & + (\chi_1(s) - \chi_{01})z(s) - \chi_{03}(g(s) - g_0)^T y(s) + (\chi_1(s) - \\ & - \chi_{01})q_1^T y(s-\theta) + (\chi_2(s) - \chi_{02})q_2^T \frac{dy(s-\rho)}{dt}]z(s)ds \geq \\ & \geq -\gamma_0^2, \quad t \geq 0, \end{aligned} \quad (14)$$

Определив настройку коэффициентов регулятора и компенсатора с помощью алгоритмов вида:

$$h_1 = u_{sgn(t)} = \delta_1(I + \delta_2 |\varepsilon(t)|^q) sgn(\varepsilon(t)), \quad (15)$$

$$h_2 = \frac{d\chi_1(t)}{dt} = \alpha_2[r_* - g^T(t)y(t)]^2, \quad (16)$$

$$h_3 = \frac{d\chi_2(t)}{dt} = \alpha_3 q_1^T y(t-\theta)[r_* - g^T(t)y(t)], \quad (17)$$

$$h_4 = \frac{d\chi_3(t)}{dt} = \alpha_4 q_2^T \frac{dy(t-p)}{dt}[r_* - g^T(t)y(t)], \quad (18)$$

$$h_5 = \frac{dg_i(t)}{dt} = \beta_i |y_i(t)[r_* - g^T(t)y(t)]|, \quad (19)$$

$\alpha_j, \beta_i = const > 0, \quad j = \overline{1, 4}, \quad i = \overline{1, m-1}$ ,  
обеспечим выполнение интегрального неравенства В.М. Попова.

*Третий этап.* Так как выбор вектора  $g$  априорно не-  
осуществим, то для установления положительности линей-  
ной части системы необходимо выполнить неравенство:

$$J(0, t) = \int_0^t \mu(s)z(s)ds \geq -\theta_0^2 = const, \quad \forall t \geq 0. \quad (20)$$

Покажем, что если в системе (1)-(4) адаптивные алго-  
ритмы будут иметь вид (15)-(19), то это обеспечит выпол-  
нение интегрального неравенства (20). Используем соот-  
ношения:

$$J(0, t) = J_1(0, t) + J_2(0, t) + J_3(0, t) + J_4(0, t) + J_5(0, t), \quad (21)$$

$$J_1(0, t) = - \int_0^t (u_{sgn}(s) + b_1^{-1} f(s)) z(s) ds, \quad (22)$$

$$J_2(0, t) = - \int_0^t (\chi_1(s) - \chi_{01}) z^2(s) ds, \quad (23)$$

$$J_3(0, t) = - \int_0^t (\chi_2(s) - \chi_{02}) q_1^T y(s-\theta) z(s) ds, \quad (24)$$

$$J_4(0, t) = - \int_0^t (\chi_3(s) - \chi_{03}) q_2^T \frac{dy(s-p)}{dt} z(s) ds, \quad (25)$$

$$J_5(0, t) = \chi_{01} \sum_{i=1}^{m-1} \int_0^t (g_i(s) - g_{0i}) y_i(s) z(s) ds. \quad (26)$$

Учитывая явный вид алгоритмов (15)-(19) и неравен-  
ство  $sign[y_i(t)g^T(t)y(t)] - 1 \leq 0$ , преобразуем интегральное  
уравнение (20) и получим оценку для  $J_5(0, t)$  в виде:

$$\begin{aligned} J_5(0, t) &= \chi_{01} \sum_{i=1}^{m-1} \int_0^t (g_i(s) - g_{0i}) y_i(s) z(s) ds = \\ &= \frac{1}{2} \chi_{01} \sum_{i=1}^{m-1} \beta_i^{-1} (g_i(t) - g_{0i})^2 \geq \\ &\geq -\frac{1}{2} \chi_{01} \sum_{i=1}^{m-1} \beta_i^{-1} (g_i(0) - g_{0i})^2 = -\theta_5^2 = const. \end{aligned} \quad (27)$$

Оценки для интегралов  $J_1(0, t)$ ,  $J_2(0, t)$ ,  $J_3(0, t)$  и  $J_4(0, t)$   
можно представить в виде:

$$\begin{aligned} J_1(0, t) &= - \left[ \delta_1 + b_1^{-1} f_0^2 \right] \int_0^t |\varepsilon(s)| ds - \\ &- \delta_1 \delta_2 \int_0^t |\varepsilon(s)|^{q+1} ds \geq -\theta_3^2 = const < 0, \quad \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} J_2(0, t) &= \int_0^t (\chi_{01} - \chi_1(s)) z^2(s) ds \geq -\theta_2^2 = const < 0, \\ &\forall t \geq 0, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} J_3(0, t) &= \int_0^t (\chi_{02} - \chi_2(s)) q_1^T y(s-\theta) z(s) ds \geq \\ &\geq -\theta_3^2 = const < 0, \quad \forall t \geq 0 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} J_4(0, t) &= \int_0^t (\chi_{03} - \chi_3(s)) q_2^T \frac{dy(s-p)}{dt} z(s) ds \geq -\theta_4^2 = \\ &= const < 0, \quad \forall t \geq 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Тогда совместно со (28) получим неравенство, эквива-  
лентное (21).

*Четвертый этап.* В силу выполнения интегрального  
неравенства В.М. Попова и условий положительности ли-  
нейной части системы (1)-(4) на четвертом этапе, следует  
ее асимптотическая устойчивость  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [x_* - x(t)] = 0$ .  
Учитывая явный вид алгоритмов (15)-(19), это ведет к су-  
ществованию предельных соотношений  $\lim_{t \rightarrow \infty} \chi_j(t) = const$ ,

$j = 1, 3$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} g_i(t) = const$ , подтверждающих выполнение целе-  
вых условий (5)-(7).

В силу выполнения критерия гиперустойчивости и  
решения задачи синтеза адаптивной системы  $\forall \xi \in \Xi$ , мож-  
но утверждать, что система (1)-(4), (15)-(19) асимптотичес-  
ки не только гиперустойчива, но и адаптивна в классе  $\Xi$ .

В ходе имитационного моделирования, результаты ко-  
торого представлены на рис. 1-3, полученные математиче-  
ские результаты были подтверждены экспериментально,  
система сохраняет свою работоспособность при зату-  
хающем внешнем воздействии

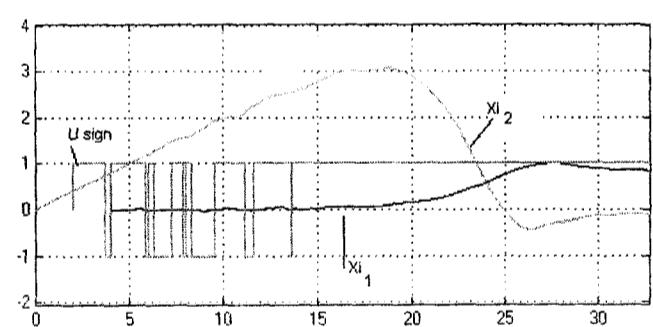
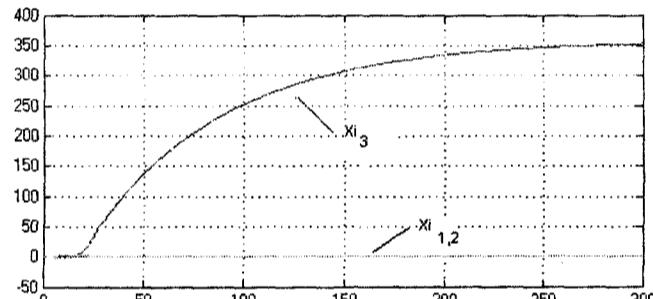


Рис. 1. Настройка параметров  $X_i$  (различный масштаб).

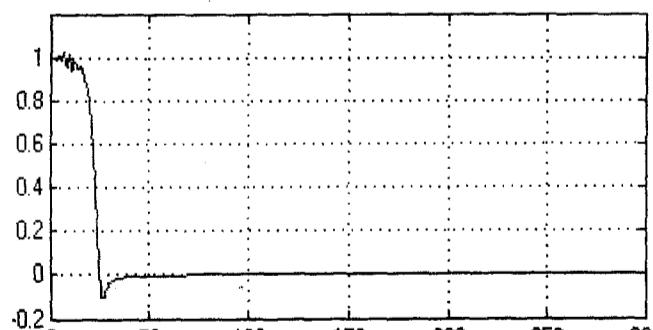
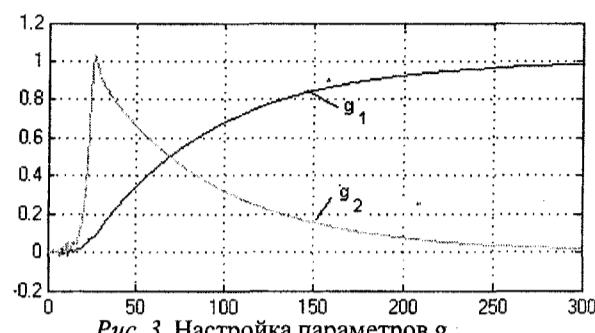


Рис. 2. Ошибка рассогласования.

Рис. 3. Настройка параметров  $g_1$ **Заключение**

В результате исследования было показано, что адаптивная система управления с запаздыванием нейтрально-

го типа и сигнальной составляющей в управлении применима для динамических объектов и удовлетворяет поставленным целевым условиям. Результаты имитационного моделирования иллюстрируют хорошее качество управления объектом с заранее неизвестными характеристиками.

1. Пат. № 2177635 РФ Сигнально-адаптивная система управления для объектов с запаздыванием по состоянию / Е.Л. Еремин, И.Е. Еремин, С.Г. Самохвалова // Официальный бюл. «Изобретения. Полезные модели». – 2001. – № 36. – С. 217-218.

2. Еремин Е.Л., Самохвалова С.Г. Управление системой с сигнально-параметрической адаптацией и настройкой компенсатора объекта // Дальневосточный математический журнал. – Владивосток: Дальневосточная наука, 2001. Т. 2, № 1. – С.126-136.

3. Ключев В.И. Теория электропривода. – М.: Энергоатомиздат 2001.