

Информатика и системы управления

И.М. Акилова, Е.А. Шеленок

СИСТЕМА РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ СКАЛЯРНЫМ ОБЪЕКТОМ В ЦИКЛИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ

The main idea of this article is a problem of scalar stationary dynamic object control, income signal and noise are periodical functions of time. Proposed two variants for realisation robust control algorithm (with and without signum component). It's shown time characteristics of the systems, as a result of simulation.

Введение

Среди множества систем автоматического управления различного назначения можно выделить класс периодических систем управления [1]. К их числу, в частности, относятся системы, в процессе работы испытывающие действие периодически повторяющихся возмущений, проявляющихся на каждом цикле работы практически одинаковым образом.

В настоящее время актуальна проблема исследования систем управления динамическими скалярными объектами, функционирующими в условиях априорной неопределенности, задающее и возмущающее воздействия которых являются периодическими функциями с известным постоянным периодом времени T . Основная задача управления в таких системах обычно сводится к минимизации ошибки управления [2].

В статье рассматривается периодическая система управления с неявной эталонной моделью, алгоритм управления которой состоит из периодической и робастной частей, причем для системы синтезируются два вида робастной составляющей алгоритма управления: в первом случае данная настройка содержит сигнальную составляющую, во втором – робастная настройка реализована без сигнальной составляющей [3]. В качестве основного метода синтеза алгоритмов управления используется критерий гиперустойчивости, позволяющий получать их различные модификации, используя один и тот же математический аппарат.

Математическое описание объекта управления

Рассматривается скалярный динамический стационарный объект управления, свойства которого описываются следующими уравнениями:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + bu(t) + f(t), \quad y(t) = L^T x(t), \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ – вектор переменных состояния объекта управления; $y(t) \in R$ – скалярный выход объекта управления; $A = A_0 + bL^T$ – матрица Фробениуса размерности $(n \times n)$; L – некоторый вектор; $f^T(t)$ – вектор внешних возмущений или помех, удовлетворяющий условию вида

$$\|f(t)\| < f_0^2 = const; \quad (2)$$

$u(t) \in R$ – скалярное управляющее воздействие, структура которого задана в виде

$$u(t) = g(t) + u_{роб}(t), \quad (3)$$

где $g(t)$ – выход генератора периодических сигналов; $u_{роб}(t)$ – робастная составляющая алгоритма управления, явный вид которой необходимо определить в процессе синтеза.

Объект управления (1) функционирует в условиях априорной параметрической неопределенности типа

$$A = A(\xi); b = b(\xi); f(t) = f_\xi(t); L = L(\xi), \quad (4)$$

где ξ – набор неизвестных параметров, принадлежащих известному множеству Ξ .

Желаемое качество переходных процессов объекта (1) задается аналогично [2], неявной эталонной моделью, представимой в виде набора коэффициентов дифференциального уравнения, описывающего поведение объекта управления в установившемся режиме:

$$\begin{cases} \frac{dx_s(t)}{dt} = A_s x_s(t) + br(t), \\ y_s(t) = L^T x_s(t), \end{cases} \quad (5)$$

где $x_s(t)$ – желаемое поведение $x(t)$; $r(t)$ – скалярное периодическое задающее воздействие, для которого справедливо:

$$r(t) = r(t+T), \quad r(iT) = 0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (6)$$

Постановка задачи

Требуется при любых начальных условиях $x(0)$, любом наборе $\xi \in \Xi$, а также действии на объект управления (1) внешних возмущений, удовлетворяющих условию (2), синтезировать явный вид закона управления $u(t)$ объектом (1), обеспечивающего приближение состояния объекта к состоянию эталона, т.е. выполнение целевого условия:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |r(t+T) - y(t)| \leq \sigma, \quad \sigma = const > 0. \quad (7)$$

Синтез алгоритма управления с робастной настройкой, содержащей сигнальную составляющую

Требуется осуществить синтез алгоритма управления, робастная настройка которого содержит сигнальную составляющую. Согласно требованиям критерия гиперустойчивости следует пройти четыре этапа синтеза.

Первый этап. Необходимо получить эквивалентное математическое описание синтезируемой системы. Для этого введем понятие ошибки, т.е. $e(t) = x_s(t) - x(t)$. В результате имеем эквивалентное математическое описание синтезируемой системы в следующем виде:

$$\frac{de(t)}{dt} = A_s e(t) + b_s \mu(t); \quad z(t) = r(t+T) - L^T x(t); \quad (8)$$

$$\mu(t) = r(t) - y(t) - u(t) - f_s(t). \quad (9)$$

Выражение (8) представляет собой линейную стационарную часть (ЛСЧ) эквивалентной системы, выражение (9) – нелинейную нестационарную часть (ННЧ) эквивалентной системы.

Поскольку выражение для $u(t)$ определено уравнением (3), ННЧ эквивалентной системы переписывается в виде

$$\mu(t) = r(t) - y(t) - \vartheta(t) - u_{\text{роб}}(t) - f_n(t). \quad (10)$$

Второй этап. Необходимо обеспечить вещественность и строгую положительности ЛСЧ эквивалентной системы:

$$W(p) = L^T (pE - A_*)^{-1} \frac{L^T (pE - A_*)^* b}{\det(pE - A_*)}. \quad (11)$$

Для выражения (11) должно выполняться условие

$$\operatorname{Re}(W(j\omega)) > 0, \quad \forall \omega \in (-\infty; \infty). \quad (12)$$

Выполнение этого условия для системы с неявной эталонной моделью связано с существованием достаточно большого числа $\chi_0 = \text{const} > 0$. То есть, если значение χ_0 окажется достаточно большим, то многочлен

$\beta(p) + \chi_0 \alpha(p)$ окажется гурвицевым, у которого вещественный корень сместится на комплексной плоскости далеко влево, а остальные корни устремятся к корням многочлена $\alpha(p)$, и, следовательно, будет выполнено условие (12).

Третий этап. Необходимо синтезировать явный вид робастного алгоритма управления $u(t)$, для чего обеспечим выполнение интегрального неравенства В.М. Попова (ИНП) вида:

$$\eta(0, t) = - \int_0^t \mu(s) z(s) ds \geq -\delta_0^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0. \quad (13)$$

В силу полученного эквивалентного математического описания (8), (9) ИНП (13) можно преобразовать к следующему виду:

$$\eta(0, t) = - \int_0^t [r(s) - y(s) - \vartheta(s) - u_{\text{роб}}(s) - f_n(s)] z(s) ds. \quad (14)$$

Разобьем выражение (14) на две части:

$$\eta_1(0, t) = \int_0^t \vartheta(s) z(s) ds, \quad (15)$$

$$\eta_2(0, t) = - \int_0^t [r(s) - y(s) - f_n(s) - u_{\text{роб}}(s)] z(s) ds. \quad (16)$$

Для первого интеграла необходимо показать, что путем синтеза алгоритма настройки параметра $\vartheta(t)$ в виде

$$\vartheta(t) = \vartheta(t - T) + z(t) \quad (17)$$

будет выполнено неравенство

$$\eta_1(0, t) = \int_0^t \vartheta(s) z(s) ds \geq -\delta_1^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0. \quad (18)$$

Как было показано в работе [2], в случае задания алгоритма настройки параметра $\vartheta(t)$ в виде (17) для интегрального слагаемого (15) будет иметь место оценка:

$$\eta_1(0, t) = \int_0^t z(s) \left[\int_0^s \omega_0(s-h) r(h) z(h) dh - \vartheta(s) \right] ds \geq -\delta_1^2 = \text{const}, \quad \forall t > 0. \quad (19)$$

Далее следует произвести оценку интеграла (16) с целью синтеза явного вида робастной составляющей алгоритма управления (3). Разобьем (16) на слагаемые, получим:

$$\eta_{21}(0, t) = - \int_0^t r(s) z(s) ds;$$

$$\eta_{22}(0, t) = \int_0^t y(s) z(s) ds;$$

$$\eta_{23}(0, t) = \int_0^t f_n(s) z(s) ds;$$

$$\eta_{24}(0, t) = \int_0^t u_{\text{роб}}(s) z(s) ds.$$

Четвертое слагаемое оставим без изменений. Первое оценим следующим образом:

$$\eta_{21}(0, t) = - \int_0^t r(s) z(s) ds \pm \gamma_1 \int_0^t |r(s)| |z(s)| ds \geq -\gamma_1.$$

Произведем оценку второго слагаемого:

$$\eta_{22}(0, t) = \int_0^t y(s) z(s) ds \pm \gamma_2 \int_0^t |y^2(s)| |z(s)| ds \geq -\gamma_2.$$

Третье слагаемое оценим следующим образом:

$$\eta_{23}(0, t) = \int_0^t f_n(s) z(s) ds \pm \tilde{\gamma} \int_0^t |f_n^2(s)| |z(s)| ds \geq -\gamma_3 \int_0^t |z(s)| ds.$$

Объединив полученные оценки, получим выражение следующего вида:

$$\eta_{123}(0, t) = \int_0^t [-\gamma_1 |r(s)| - \gamma_2 y^2(s) - \gamma_3] |z(s)| ds,$$

где $\gamma_1, \tilde{\gamma}, \gamma_2 > 0 = \text{const}$; $\gamma_3 = \tilde{\gamma} \|f_n(s)\|^2 = f_n$.

Тогда, с учетом вышеописанных неравенств, а также вынося общий множитель за скобки, получаем общую оценку:

$$\eta_2(0, t) \geq \int_0^t [u_{\text{роб}}(s) \operatorname{sign}(z(s)) - \gamma_1 |r(s)| - \gamma_2 y^2(s) - \gamma_3] |z(s)| ds. \quad (20)$$

Для выполнения неравенства (20) достаточно, чтобы выражение в скобках было равно нулю. Следовательно, робастный алгоритм управления может быть представлен как:

$$u_{\text{роб}}(t) = [\gamma_1 |r(t)| + \gamma_2 y^2(t) + \gamma_3] \operatorname{sign}(z(t)) = [\gamma_1 |r(t)| + \gamma_2 y^2(t) + \gamma_3] \operatorname{sign}(r(t+T) - L^T x(t)). \quad (21)$$

В итоге, явный вид алгоритма управления (3) примет вид:

$$u(t) = [\vartheta(t - T) + z(t)] + [\gamma_1 |r(t)| + \gamma_2 y^2(t) + \gamma_3] \times \operatorname{sign}(r(t+T) - L^T x(t)), \quad (22)$$

что не будет противоречить выполнению интегрального неравенства (13).

Четвертый этап. Поскольку выполнено требование ИНП вида (13), а также выполняется требование вещественности и строгой положительности ЛСЧ эквивалентной системы, с течением времени в синтезируемой системе при возмущающем воздействии, удовлетворяющем условию (2), будет иметь место выполнение предельного соотношения:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |r(t+T) - y(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq \sigma = \text{const},$$

которое совпадает с целевым условием (7).

Синтез алгоритма управления с робастной настройкой, не содержащей сигнальной составляющей

Необходимо синтезировать явный вид алгоритма управления $u(t)$, робастная настройка которого не содержит сигнальной составляющей. Отметим, что первый, второй и четвертый этапы синтеза алгоритма аналогичны этапам синтеза алгоритма управления, содержащего сигнальную составляющую.

Рассмотрим *третий этап*. Для синтеза робастного алгоритма управления нужно показать справедливость модифицированного интегрального неравенства В.М. Попова (МИНП), модификация которого приведена в [3].

Модифицированное интегральное неравенство Попова описывается в виде:

$$\eta_1^*(0, t) = -\sum_0^t \int_0^s \mu_i(s) z(s) Q_i(s) ds, \quad (23)$$

где $\eta_i(0, t)$ – видоизмененные интегральные слагаемые неравенства; $Q_i(t, z(t))$ – положительно определенные функции.

Интегральные слагаемые неравенства (23) в силу полученного на первом этапе синтеза эквивалентного математического описания ННЧ (10) примут вид:

$$\eta_1^*(0, t) = \int_0^t g(s) z(s) ds,$$

$$\eta_2^*(0, t) = -\int_0^t r(s) z(s) |z(s)| ds,$$

$$\eta_3^*(0, t) = \int_0^t y(s) z(s) |z(s)| ds,$$

$$\eta_4^*(0, t) = \int_0^t f_n(s) z(s) |z(s)| ds,$$

$$\eta_5^*(0, t) = \int_0^t u_{роб}(s) z(s) ds,$$

где

$$Q_1(t, z(t)) = Q_5(t, z(t)) = 1;$$

$$Q_2(t, z(t)) = Q_3(t, z(t)) = Q_4(t, z(t)) = |z(s)|.$$

Аналогично предыдущему случаю, задав алгоритм настройки параметра $g(t)$ в виде (17), для первого интегрального слагаемого имеем оценку (19).

Для получения явного вида робастной настройки алгоритма управления (3) произведем оценку первых трех интегральных слагаемых. Слагаемое $\eta_1^*(0, t)$ оценится следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta_2^*(0, t) &= -\int_0^t r(s) z(s) |z(s)| ds \pm \gamma_1 \int_0^t |r(s)| |z(s)|^2 ds \geq \\ &\geq -\gamma_1 \int_0^t |r(s)| |z(s)|^2 ds. \end{aligned} \quad (24)$$

Оценка третьего слагаемого примет вид:

$$\begin{aligned} \eta_3^*(0, t) &= \int_0^t y(s) z(s) |z(s)| ds \pm \gamma_2 \int_0^t y^2(s) |z(s)|^2 ds \geq \\ &\geq -\gamma_2 \int_0^t y^2(s) |z(s)|^2 ds. \end{aligned} \quad (25)$$

Четвертое слагаемое оценится в виде:

$$\begin{aligned} \eta_4^*(0, t) &= \int_0^t f_n(s) z(s) |z(s)| ds \pm \tilde{\gamma}_3 \int_0^t f_n^2(s) |z(s)|^2 ds \geq \\ &\geq -\tilde{\gamma}_3 \int_0^t |z(s)|^2 ds. \end{aligned} \quad (26)$$

В интегральные неравенства (24)-(26) введены следующие постоянные коэффициенты:

$$\gamma_1, \gamma_2 = const, \quad \tilde{\gamma}_3 = const \geq \tilde{\gamma}_3 f_0^2.$$

Просуммировав полученные интегральные оценки с четвертым слагаемым, получим общую оценку:

$$\begin{aligned} \eta^*(0, t) &\geq \int_0^t [u_{роб}(t) \text{sign}(z(s)) - \gamma_1 |r(s)| |z(s)| - \gamma_2 y^2(s) |z(s)| - \\ &- \tilde{\gamma}_3 |z(s)|] |z(s)| ds. \end{aligned}$$

Приравняв к нулю выражение, полученное в квадратных скобках, получим явный вид выражения, определяющего требуемую робастную настройку:

$$\begin{aligned} u_{роб}(t) &= [\gamma_1 |r(t)| + \gamma_2 y^2(t) + \tilde{\gamma}_3] z(t) = \\ &= [\gamma_1 |r(t)| + \gamma_2 y^2(t) + \tilde{\gamma}_3] (r(t+T) - L^T x(t)). \end{aligned} \quad (27)$$

В данном случае явный вид алгоритма управления (3) примет вид:

$$\begin{aligned} u(t) &= [g(t-T) + z(t)] + [\gamma_1 |r(t)| + \gamma_2 y^2(t) + \tilde{\gamma}_3] \times \\ &\times (r(t+T) - L^T x(t)). \end{aligned} \quad (28)$$

Таким образом, в результате синтеза закона управления обеспечивается выполнение модифицированного интегрального неравенства В.М. Попова (23).

Результаты имитационного моделирования

Алгоритм управления с робастной настройкой, содержащей сигнальную составляющую. В качестве примера рассматривается задача управления системой (1)-(4), (7), (22) со следующими матрицей и векторами:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -7 & 1 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_n \end{pmatrix} \quad (29)$$

Уровень априорной неопределенности объекта задан как:

$$-4.2 \leq a_1 \leq -8.2; \quad -7 \leq a_2 \leq 5; \quad -2 \leq a_3 \leq -6; \quad (30)$$

$$-1.4 \leq b \leq 1.6.$$

Значения других параметров заданы следующим образом:

$$r(t) = 0.5(\exp(0.5(1-\sin(2\pi t)))-1)$$

$$f_n(t) = -0.5|\cos(\pi t)|$$

$$L^T = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_1 = 35; \quad \gamma_2 = 20; \quad \tilde{\gamma}_3 = 1; \quad T = 2.$$

В результате имитационного моделирования были получены временные характеристики системы, представленные на рис. 1 а, 2 а, 3 а.

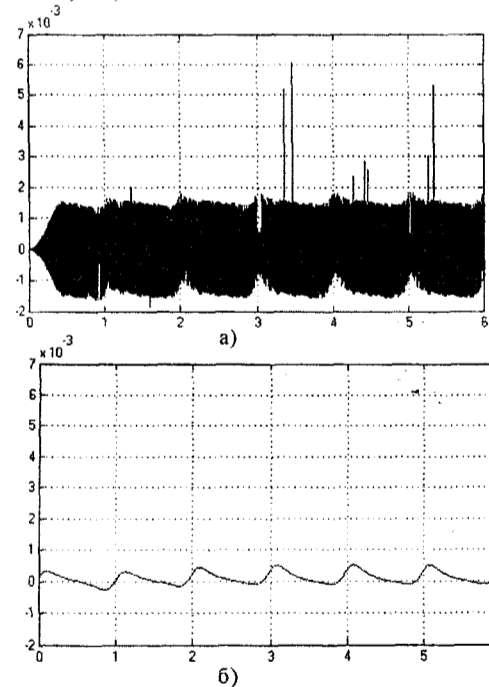


Рис. 1. Ошибка рассогласования синтезированных систем:

а – система с робастной настройкой, содержащей сигнальную составляющую; б – система с робастной настройкой без сигнальной составляющей.

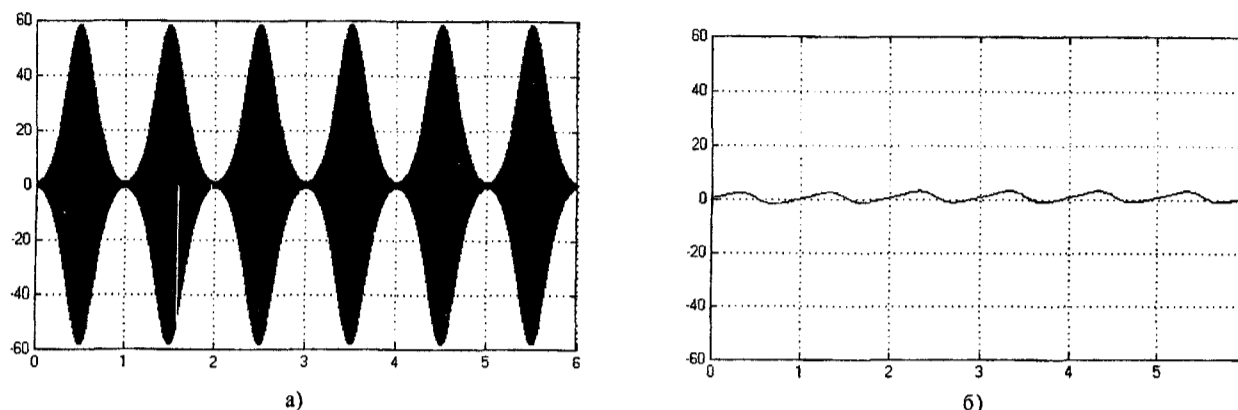


Рис. 2. Управляющие воздействия синтезированных систем: а – система с робастной настройкой, содержащей сигнальную составляющую; б – система с робастной настройкой без сигнальной составляющей.

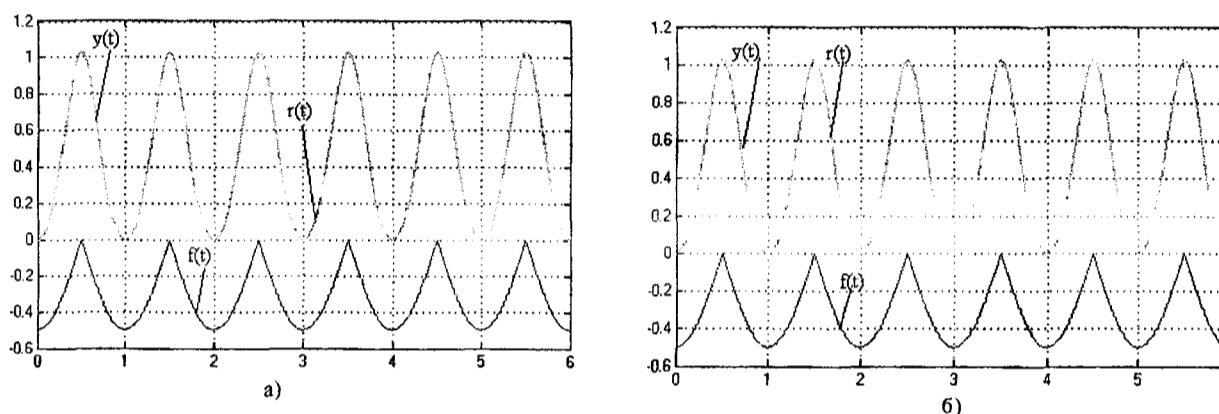


Рис. 3. Задающее воздействие, выход, возмущающее воздействие синтезированных систем: а – система с робастной настройкой, содержащей сигнальную составляющую; б – система с робастной настройкой без сигнальной составляющей.

Алгоритм управления с робастной настройкой, не содержащей сигнальную составляющую. В качестве примера рассмотрим задачу управления системой (1)–(4), (7), (28). Матрица состояния управления, а также возмущение заданы в виде (29). Уровень априорной неопределенности объекта задан в виде (30). Значения других параметров заданы следующим образом:

$$r(t) = 0.5(\exp(0.5(1 - \sin(2\pi t))) - 1)$$

$$f_n(t) = -0.5|\cos(\pi t)|$$

$$g^T = (2 \ 3 \ 1)$$

$$\gamma_1 = 15 \cdot 10^3; \ \gamma_2 = 15 \cdot 10^3; \ \gamma_3 = 2 \cdot 10^3; \ T = 2.$$

Динамические процессы в исследуемой системе показаны на рис. 1.б, 2.б, 3.б.

Результаты имитационного моделирования показали, что применение в системе алгоритма управления (28) позволяет получить более высокое качество управляющего воздействия (рис. 2.б) и более низкую величину (не превышает 0,04%) установившейся ошибки (рис. 1.б) по сравнению с теми же характеристиками (рис. 1.а и 2.а), полученными в результате использования алгоритма (22).

Заключение

Таким образом, для робастной системы управления скалярным стационарным объектом в циклических режимах синтезированы два вида алгоритмов управления (22), (28): с робастной настройкой, которая содержит сигнальную составляющую, и с робастной настройкой без сигнальной составляющей соответственно. На этапе имитационного моделирования получены временные характеристики систем, подтверждающие работоспособность синтезированных систем управления.

1. Еремин Е.Л. Нелинейные преобразования алгоритмов прямого адаптивного управления непрерывными объектами: дис. ...д-ра техн. наук. – Владивосток: ДВО РАН, 1994.
2. Еремин Е.Л., Капитонова М.С. Адаптивная система управления T-периодическими нелинейными объектами // Проблемы управления. – 2007. – № 1. – С. 2-7.
3. Галаган Т.А., Еремин Е.Л., Семичевская Н.П. Нелинейное робастное управление нестационарными объектами. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2006.
4. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Алгоритмы робастного нелинейного управления нестационарными скалярными объектами // Информатика и системы управления. – 2007. – № 1 (13). – С. 149-160.