

Рассмотрим пример, для этого рассмотрим уравнение

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2y + x^2 + 2xy + y^2}{x + 3y}. \quad (8)$$

Будем искать решение, обладающее свойством:
 $y \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$.

В векторном виде уравнение (8) имеет вид

$$(\dot{x}, \dot{y}) = (x, y)P + (0, Q(x, y)), \quad (9)$$

матрица P определяется формулой

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = S^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} S,$$

где S и S^{-1} имеют вид $S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Сделаем замену переменных

$$(x, y) = (u, v)S. \quad (10)$$

Отсюда x и y определяются формулой:

$$\begin{cases} x = u - v, \\ y = v \end{cases} \quad (11)$$

Подставим замену (10) в параметрический вид нашего уравнения (9) и запишем последнее в виде

$$\frac{dv}{du} = \frac{-2v + u^2}{u + u^2}. \quad (12)$$

В (12) сделаем замену переменных

$$v = zu, \quad (13)$$

тогда, учитывая, что u и z малые, проведем простейшие преобразования и сокращения. В результате получим:

$$\frac{dz}{du} u = -3z + u - u^2 + 2uz + u^2z. \quad (14)$$

Последнее уравнение имеет вид уравнения Брио и Буке с отрицательным коэффициентом перед z , поэтому будем искать решение в виде:

$$z = \sum_{k=1}^{\infty} C_k u^k. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (14) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях u , найдем константы C_k . Имеем:

$$4C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = \frac{1}{4},$$

$$5C_2 = -1 + 2C_1 \Rightarrow C_2 = -\frac{1}{10},$$

$$6C_3 = 2C_2 + C_1 \Rightarrow C_3 = \frac{1}{120}.$$

и т.д.

Следовательно, уравнение (14) имеет решение

$$z = \frac{1}{4}u - \frac{1}{10}u^2 + \frac{1}{120}u^3.$$

Возвращаясь к замене (13), найдем решение уравнения (12) в виде

$$v = uz = \frac{1}{4}u^2 - \frac{1}{10}u^3 + \frac{1}{120}u^4.$$

И, наконец, в силу (11) имеем решение исходного уравнения (8):

$$\begin{cases} x = u - \frac{1}{4}u^2 + \frac{1}{10}u^3 - \frac{1}{120}u^4, \\ y = \frac{1}{4}u^2 - \frac{1}{10}u^3 + \frac{1}{120}u^4. \end{cases}$$

Решая уравнение (8) численными методами, с помощью встроенной функции ППП Matlab 6.5, получаем график функции решения дифференциального уравнения (8). На рисунке изображен график, на котором сплошной линией дано численное решение, а точками обозначено аналитическое решение данного дифференциального уравнения.

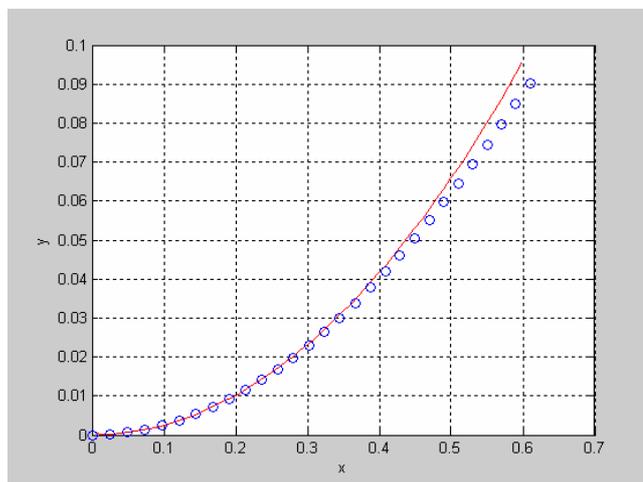


График решения примера.

1. Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. – 3-е изд., перераб. и доп. – Мн.: Наука и техника, 1979.

Р.В. Соболев, С.М. Доценко, С.П. Волков

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ СОЕВЫХ ПРОДУКТОВ И ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ДЛЯ ЕГО РЕАЛИЗАЦИИ

In clause technological aspects of development of technology of reception of soya albuminous products are resulted. Theoretically also parameters of process extraction albumens from particles of seeds of a soya are experimentally proved.

Технологический процесс изготовления продуктов на основе или с использованием такой высокобелковой культуры как соя представляет сложную систему, состоящую из совокупности взаимосвязанных и в то же время, обладающих определенной автономностью операций. На рис. 1

представлена схема классификации основных операций технологического процесса приготовления соевых белковых продуктов в виде соевого молока и окары, а также технических средств для его осуществления, разработанная на основании анализа современных тенденций развития направлений по переработке сои.

Согласно разработанной схеме базовыми операциями данной технологии являются:

экстракция (извлечение) белковых веществ из семян сои с помощью растворителя (воды) в процессе измельчения предварительно замоченных или пророщенных семян;

фильтрация жидкой белковой дисперсной системы с одновременным отделением нерастворимого соевого остатка – так называемой окары;

обработка жидкой фазы (соевого молока) и его использование;

обработка твердого нерастворимого остатка и его использование.

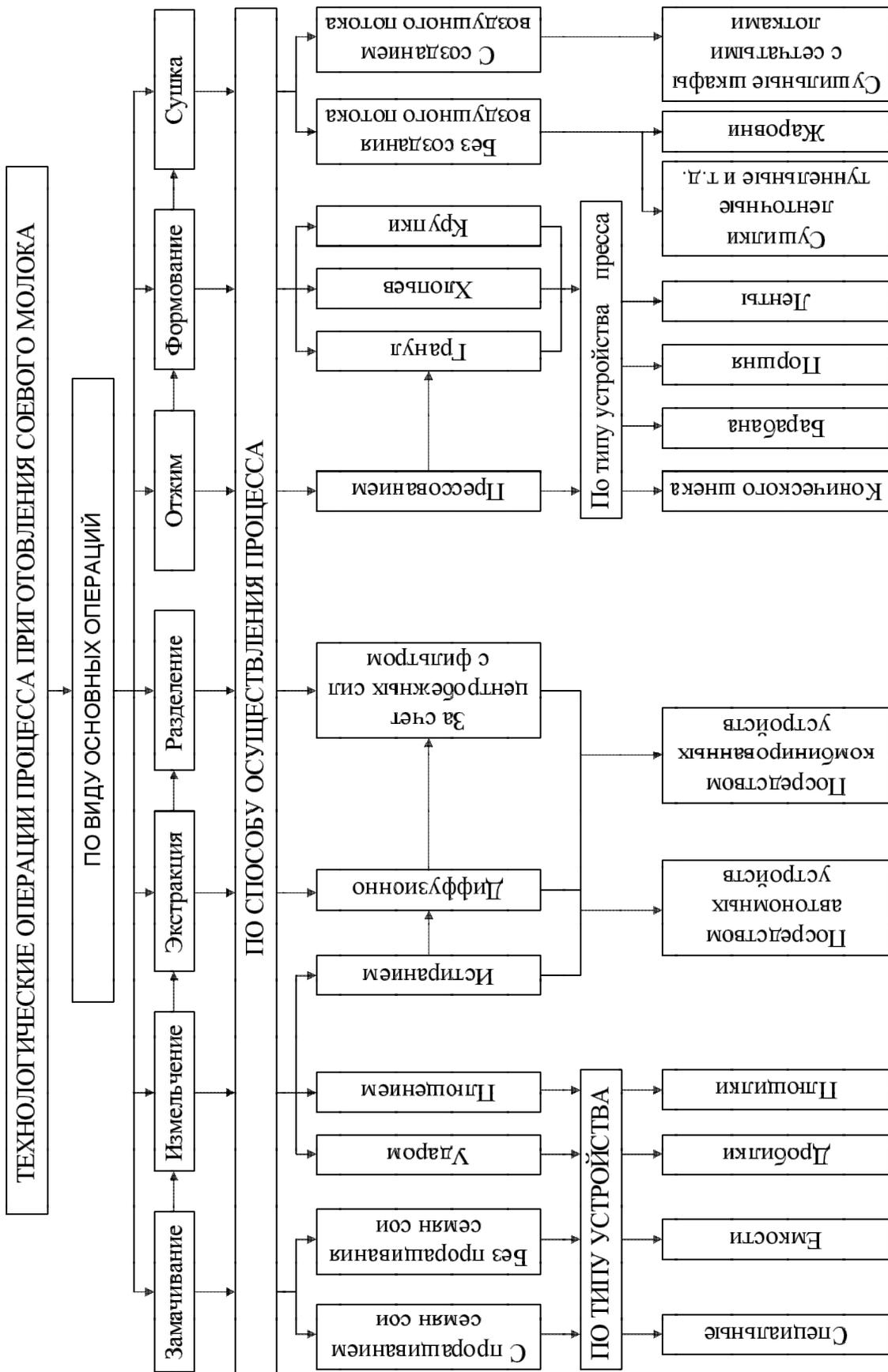


Рис. 1. Схема классификации основных операций процесса безотходного производства соевого молока.

Проведенным анализом установлено, что для решения вопроса об эффективном использовании нерастворимого соевого остатка недостает научных данных, в определенной степени затрудняет это разработку, конструирование и проектирование технических средств, позволяющих механизировать процессы получения высокобелковых продуктов. Возникает объективная необходимость теоретического обоснования параметров и режимов таких основных процессов как экстракция, разделение жидкой и твердой фаз белковой суспензии, отжима жидкой фазы из окары, формования и сушки белково-углеводных гранул.

Известно, что экстракция – процесс диффузионного извлечения из твердого или жидкого вещества, сложного по составу, одного или нескольких компонентов путем обработки вещества жидким растворителем. С этой целью подбирают такой растворитель, чтобы он растворял только извлекаемые компоненты, т.е. обладал избирательной растворяющей способностью.

Количество экстрагируемого вещества может быть в таком случае определено по формуле:

$$G_3 = \frac{D_{вн}}{d_r} \cdot F \cdot \Delta C \cdot \tau, \quad (1)$$

где G_3 – количество экстрагированного вещества, кг; $D_{вн}$ – коэффициент внутренней диффузии, м²/с; d_r – определяющий размер частицы; F – поверхность контакта между фазами, м²; ΔC – разность концентрации – движущая сила процесса, т.е. разность между средними концентрациями компонента внутри тела и в растворе снаружи

тела, кг/м³; время экстракции, равное $\frac{2\pi}{\omega}$, с.

Приняв в качестве определяющего размера частицы ее эквивалентный диаметр (частицу условно принимаем за шар) – d_r , а аналогично семени сои – D_3 , с учетом степени измельчения λ , получим:

$$d_r = \frac{D_3}{\lambda} = \frac{1,24 \cdot \left(\frac{4\pi}{3} \cdot a \cdot \sigma^2\right)^{\frac{1}{3}}}{\lambda} \leq [d_r], \quad (2)$$

где a и σ – оси эллипсоида, за который принята форма семян сои, м.

С учетом данных допущений и положений получим

$$G_3^c = D_{вн} \cdot F \cdot \lambda \cdot \frac{(C - c) \cdot \tau}{1,24 \left(\frac{4\pi}{3} \cdot a \cdot \sigma^2\right)^{\frac{1}{3}}}, \quad (3)$$

где C – средняя концентрация белка внутри частицы соевого семени, кг/м³; c – средняя концентрация белка в водном растворе, окружающем частицу, кг/м³; ω – угловая скорость вращения рабочего органа, с⁻¹.

Как следует из данного выражения, существенное влияние на выход белка из частиц оказывает степень измельчения λ , которая определяет конечный размер частицы – d_r .

В этой связи нами сделано предположение, что выход белка G_3^c при его экстракции подчиняется следующей зависимости:

$$G_3^c = f(d_r) = a - \sigma \cdot x, \quad (4)$$

где a , σ – эмпирические коэффициенты.

Графически данная зависимость имеет вид, представленный на рис. 2.

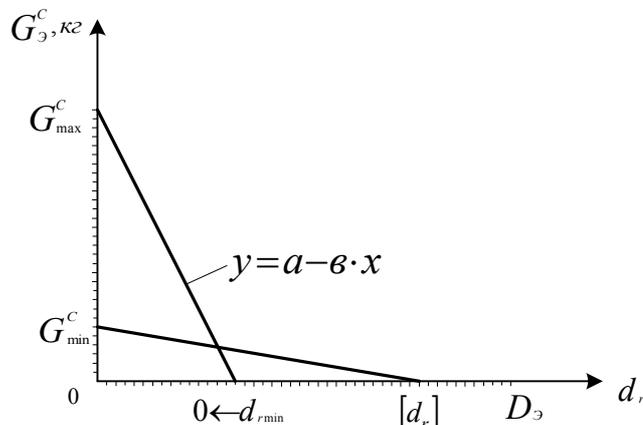


Рис. 2. Зависимость выхода белка от размера частиц измельченных семян сои.

Данная зависимость аппроксимирована выражением следующего вида

$$G_{max}^c = 3,9 - 0,487 d_r. \quad (5)$$

При принятых выше допущениях в уравнении (2) необходимо, чтобы соблюдалось условие

$$d_r = S, \quad (6)$$

где S – зазор между истирающимися поверхностями абразивного рабочего органа измельчителя-экстрактора.

Тогда:

$$S \leq \frac{1,24 \sqrt[3]{V_3}}{\lambda} \leq \frac{D_3}{\lambda}, \quad (7)$$

где V_3 – средний объем замоченных семян сои.

Проведенный анализ процесса экстракции белка из семян сои позволил рассмотреть его в совокупности с процессом их измельчения, а также установить факторы, связывающие эти два процесса. Такими факторами являются: исходные размеры семян сои, характеризующиеся фактором – D_3 , степень их измельчения – λ и конечный размер частиц – d_r .

1. Кошеваров Н.И. Соя западной Сибири / Кошеваров Н.И., Соколошенко В.А., Васякин Н.И., Лях А.А. – Сибирское отделение РАН; Сибирский НИИ кормов. – Новосибирск, 2004.

2. Обоснование параметров технологии и технических средств производства соевых белковых продуктов / Соболев Р.В., Доценко С.М., Волков С.П. и др. // Техника в сельском хозяйстве. – 2009. – № 4. – С. 17-19.