

## Энергетика. Автоматика

В.П. Кривошеев, А.Н. Рыбалев, В.В. Тафинцева

### ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ КОМПЕНСАЦИИ ПЕРЕКРЕСТНЫХ СВЯЗЕЙ ДВУСВЯЗНОГО ОБЪЕКТА

*In the article a problems of two-linked objects control systems dynamic stability are considered. Results of some control systems structures researching are presented.*

#### Введение

К многосвязным относятся объекты регулирования, имеющие несколько регулируемых величин и несколько каналов воздействия. Такие объекты встречаются во многих современных сложных системах. К ним относятся, например, синхронные генераторы, подвижные объекты, различные установки тепловых электрических станций и др.

Частным и простейшим, но в то же время и наиболее часто встречающимся на практике случаем многосвязного объекта является двусвязный объект регулирования (рис. 1).

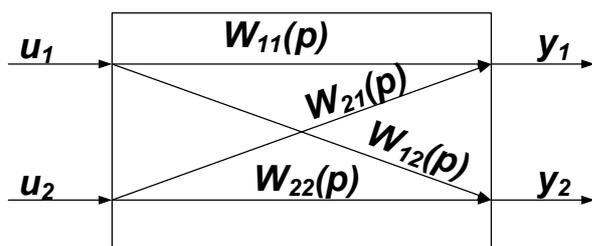


Рис. 1. Двусвязный объект регулирования.

Система управления многосвязным объектом может быть построена по следующим принципам: несвязное регулирование; автономное регулирование.

Структура системы несвязного регулирования показана на рис. 2.

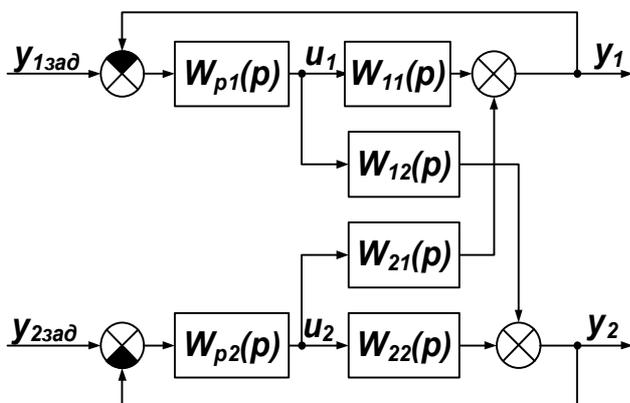


Рис. 2. Система несвязного регулирования.

Для определения настроек регуляторов в системах несвязного регулирования может использоваться метод автономной настройки, согласно которому настроечные параметры регуляторов  $W_{p1}(p)$  и  $W_{p2}(p)$  определяют без учета перекрестных связей  $W_{12}(p)$  и  $W_{21}(p)$  по алгоритму

расчета одноконтурных систем с передаточными функциями объектов по каналам управления соответственно  $W_{11}(p)$  и  $W_{22}(p)$ . Перекрестные связи при этом считаются возмущениями.

Однако такой подход оправдан, только если влияние перекрестных связей мало. В противном случае это может привести к некачественно работающей или даже неустойчивой системе в связи с тем, что в эквивалентный объект для одного из регуляторов входят не только прямой канал собственно объекта, но и перекрестные каналы, а также замкнутый контур со вторым регулятором.

Другой подход к нахождению настроек регуляторов предполагает итеративную процедуру. В качестве первого приближения можно использовать настройки, полученные без учета перекрестных связей. Далее регуляторы пересчитываются уже для эквивалентных объектов. Пересчет продолжается до тех пор, пока «разница» в настройках регуляторов для двух последних итераций не станет достаточно мала. Такой подход позволяет гарантированно построить устойчивую и качественно работающую систему, однако и он имеет определенные недостатки, связанные со сложностью расчетов.

Автономная система регулирования строится, исходя из условия автономности (независимости) одной регулируемой величины от другой:

$$\begin{cases} \Delta y_1(y_2) \equiv 0; \\ \Delta y_2(y_1) \equiv 0. \end{cases} \quad (1)$$

Применение данного принципа к рассматриваемой системе равносильно применению принципа инвариантности, т.е. независимости регулируемой переменной от изменения входной величины другого канала.

$$\begin{cases} \Delta y_1(u_1) \equiv 0; \\ \Delta y_2(u_2) \equiv 0. \end{cases} \quad (2)$$

Реализация данного принципа может быть осуществлена с помощью различных структур, содержащих элементы, компенсирующие перекрестные связи объекта («динамическая развязка каналов» [1]). Компенсация перекрестных связей позволяет автономно настраивать регуляторы, причем используя простые их структуры. Методы определения передаточных функций компенсирующих устройств широко известны [2-5]. Однако в результате имитационного моделирования систем управления, построенных с помощью названных методов, неожиданно выяснилось, что в ряде случаев системы теряют устойчивость. В данной статье на примере четырех различных структур показаны причины этого явления.

#### Система с компенсатором в виде перекрестных обратных связей

Структура системы представлена на рис. 3.

Передаточные функции компенсаторов находятся из условия инвариантности:

$$u_1 [W_{12}(p) + W_{k12}(p)W_{22}(p)] = 0, \quad (3)$$

$$u_2 [W_{21}(p) + W_{k21}(p)W_{11}(p)] = 0, \quad (4)$$

откуда

$$W_{k12}(p) = -\frac{W_{12}(p)}{W_{22}(p)}, \quad (5)$$

$$W_{k21}(p) = -\frac{W_{21}(p)}{W_{11}(p)}. \quad (6)$$

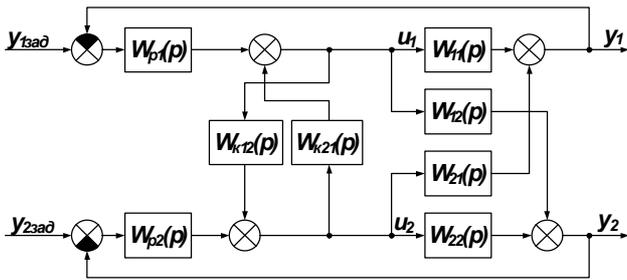


Рис. 3. Структурная схема системы.

Рассмотрим математическое описание системы в матричном виде. Эквивалентная схема приведена на рис. 4.



Рис. 4. Эквивалентная структурная схема системы.

Передаточные матрицы объекта, компенсатора и регулятора:

$$W_{об} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{21}(p) \\ W_{12}(p) & W_{22}(p) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$W_k = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} & \frac{W_{k21}(p)}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} \\ \frac{W_{k12}(p)}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} & \frac{1}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$W_p = \begin{pmatrix} W_{p1}(p) & 0 \\ 0 & W_{p2}(p) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Эквивалентным объектом для регулятора будет объект, образованный последовательным соединением компенсатора и собственно объекта:

$$W'_{об} = W_{об} \times W_k = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{21}(p) \\ W_{12}(p) & W_{22}(p) \end{pmatrix} \times \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} & \frac{W_{k21}(p)}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} \\ \frac{W_{k12}(p)}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} & \frac{1}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{W_{11}(p) + W_{k12}(p)W_{21}(p)}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} & \frac{W_{k21}(p)W_{11}(p) + W_{21}(p)}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} \\ \frac{W_{12}(p) + W_{k12}(p)W_{22}(p)}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} & \frac{W_{k21}(p)W_{12}(p) + W_{22}(p)}{1 - W_{k12}(p)W_{k21}(p)} \end{pmatrix}.$$

Передачная функция эквивалентного объекта по первому прямому каналу:

$$W'_{об11}(p) = \frac{W_{11}(p) - \frac{W_{12}(p)}{W_{22}(p)}W_{21}(p)}{1 - \frac{W_{12}(p)W_{21}(p)}{W_{11}(p)W_{22}(p)}} = \frac{W_{11}^2(p)W_{22}(p) - W_{11}(p)W_{12}(p)W_{21}(p)}{W_{11}(p)W_{22}(p) - W_{12}(p)W_{21}(p)} \quad (11)$$

При абсолютно точной реализации компенсатора, как и ожидалось,  $-W'_{об11}(p) = W_{11}(p)$ . Однако на практике полная компенсация невозможна, поэтому далее будем учитывать неточность реализации (в квадратных скобках – искусственно технически реализуемые операторы):

$$W'_{об11}(p) = \frac{W_{11}(p)[W_{11}(p)W_{22}(p)] - \left[\frac{W_{11}(p)}{W_{22}(p)}\right]W_{12}(p)[W_{21}(p)W_{22}(p)]}{[W_{11}(p)W_{22}(p)] - [W_{12}(p)][W_{21}(p)]} = [W_{11}(p)] \frac{W_{11}(p)[W_{22}(p)] - [W_{12}(p)]W_{21}(p)}{[W_{11}(p)W_{22}(p)] - [W_{12}(p)W_{21}(p)]}. \quad (12)$$

В знаменателе передаточной функции присутствует разность произведений передаточных функций объекта, что при определенных условиях может быть причиной неустойчивости эквивалентного объекта и системы в целом.

Пусть, например, для простоты:

$$W_{11}(p) = \frac{K_{11}}{T_{11}p + 1}, \quad W_{12}(p) = \frac{K_{12}}{T_{12}p + 1}, \quad (13)$$

$$W_{21}(p) = \frac{K_{21}}{T_{21}p + 1}, \quad W_{22}(p) = \frac{K_{22}}{T_{22}p + 1}$$

Подставив (13) в 12, после ряда преобразований получим:

$$W'_{об11}(p) = \frac{[K_{11}][T_{21}p + 1]}{(T_{11}p + 1)(T_{21}p + 1)} \times \frac{K_{11}[K_{22}][T_{12}p + 1](T_{21}p + 1) - [K_{12}]K_{21}(T_{11}p + 1)[T_{22}p + 1]}{[K_{11}K_{22}(T_{12}p + 1)(T_{21}p + 1) - K_{12}K_{21}(T_{11}p + 1)(T_{22}p + 1)]}. \quad (14)$$

Таким образом, при неточной реализации эквивалентный объект имеет четвертый порядок. Числитель и знаменатель передаточной функции объекта содержат множители вида

$$(K_{11}K_{22}T_{12}T_{21} - K_{12}K_{21}T_{11}T_{22})p^2 + (K_{11}K_{22}(T_{12} + T_{21}) - K_{12}K_{21}(T_{11} + T_{22}))p + K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}. \quad (15)$$

Если разности, входящие в состав (15), имеют различные знаки, эквивалентный объект неустойчив. При этом очевидно, что изменение назначений каналов объекта (применение в качестве прямых каналов – перекрестных) не решает проблемы.

Обозначим полином (15), относящийся к числителю, как  $H_N(p)$ ; этот же полином, относящийся к знаменателю, – как  $H_D(p)$ . Кроме того, введем следующие обозначения:

$$\frac{[K_{11}][T_{21}p + 1]}{(T_{11}p + 1)(T_{21}p + 1)} = \frac{N_{11}(p)}{D_{11}(p)}, \quad (16)$$

$$W_{p1}(p) = \frac{N_{p1}(p)}{D_{p1}(p)}. \quad (17)$$

Тогда (14) примет вид:

$$W'_{об11}(p) = \frac{N_{11}(p)H_N(p)}{D_{11}(p)H_D(p)}, \quad (18)$$

а передаточная функция замкнутой системы регулирования первой выходной переменной объекта будет следующей:

$$W_{зам1}(p) = \frac{W_{p1}(p)W'_{об11}(p)}{1 + W_{p1}(p)W'_{об11}(p)} = \frac{N_{p1}N_{11}(p)H_N(p)}{D_{p1}D_{11}(p)H_D(p) + N_{p1}N_{11}(p)H_N(p)} \quad (19)$$

Из (19) видно, что если разности, входящие в состав (15), имеют различные знаки, замкнутая система неустойчива, какой бы ни была передаточная функция регулятора.

**Система с компенсатором в виде перекрестных прямых каналов**

Структура системы представлена на рис. 5.

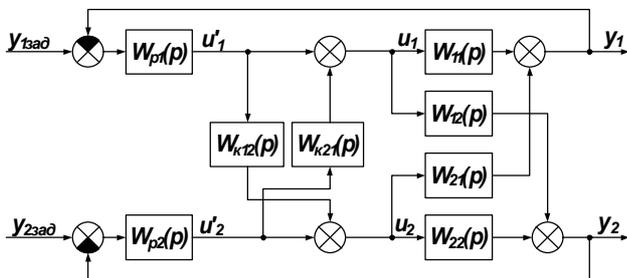


Рис. 5. Структурная схема системы.

Передаточная матрица компенсатора в данном случае имеет вид:

$$W_k = \begin{pmatrix} 1 & W_{k21}(p) \\ W_{k12}(p) & 1 \end{pmatrix}. \tag{20}$$

Передаточная матрица обобщенного объекта:

$$W'_{об}(p) = W_{об} \times W_k = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{21}(p) \\ W_{12}(p) & W_{22}(p) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & W_{k21}(p) \\ W_{k12}(p) & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) + W_{21}(p)W_{k12}(p) & W_{k21}(p)W_{11}(p) + W_{21}(p) \\ W_{12}(p) + W_{22}(p)W_{k12}(p) & W_{k21}(p)W_{12}(p) + W_{22}(p) \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Для компенсации перекрестных связей в данном случае, как и в первой схеме, следует выбрать  $W_{k12}(p) = -\frac{W_{12}(p)}{W_{22}(p)}$

и  $W_{k21}(p) = -\frac{W_{21}(p)}{W_{11}(p)}$ .

После несложных преобразований получим:

$$W'_{об} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) - W_{21}(p) \left[ \frac{W_{12}(p)}{W_{22}(p)} \right] & \approx 0 \\ \approx 0 & -W_{12}(p) \left[ \frac{W_{21}(p)}{W_{11}(p)} \right] + W_{22}(p) \end{pmatrix}. \tag{22}$$

Таким образом, передаточные функции объектов для регуляторов  $W_{p1}(p)$  и  $W_{p2}(p)$  равны:

$$W'_{об11}(p) = \frac{W_{11}(p)[W_{22}(p)] - W_{21}(p)[W_{12}(p)]}{[W_{22}(p)]} \tag{23}$$

и

$$W'_{об22}(p) = \frac{W_{22}(p)[W_{11}(p)] - W_{12}(p)[W_{21}(p)]}{[W_{11}(p)]}. \tag{24}$$

соответственно.

Для случая, когда каналы объекта описываются пере-

даточными функциями вида  $W_{ij}(p) = \frac{K_{ij}}{T_{ij}p + 1}$ , получим:

$$W'_{об11}(p) = \frac{K_{11}[K_{22}][T_{12}p + 1](T_{21}p + 1) - [K_{12}]K_{21}(T_{11}p + 1)[T_{22}p + 1]}{(T_{11}p + 1)[T_{12}p + 1](T_{21}p + 1)[T_{22}p + 1]} \times \left[ \frac{T_{22}p + 1}{K_{22}} \right] = \frac{K_{11}[K_{22}][T_{12}p + 1](T_{21}p + 1) - [K_{12}]K_{21}(T_{11}p + 1)[T_{22}p + 1]}{[K_{22}](T_{11}p + 1)[T_{12}p + 1](T_{21}p + 1)}. \tag{25}$$

Эквивалентный объект имеет третий порядок и при определенных соотношениях параметров может быть неминимальнофазовым. Условие того, что эквивалентный объект окажется неминимальнофазовым в данной схеме, в точности совпадает с условием того, что эквивалентный объект окажется неустойчивым в первой рассмотренной схеме. Нетрудно заметить, что факторами, способствующими неминимальнофазовости объекта, являются большие коэффициенты передачи и малые постоянные времени перекрестных связей по сравнению с таковыми для прямых каналов.

Выбором регулятора, очевидно, можно обеспечить устойчивость замкнутой системы, однако сложность регулятора должна быть достаточно велика.

**Система с компенсатором/регулятором, повторяющим структуру объекта**

Структура системы показана на рис. 6.

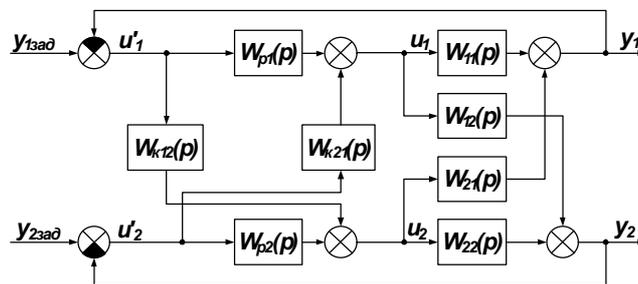


Рис. 6. Структура системы.

Передаточная матрица компенсатора/регулятора

$$W_k = \begin{pmatrix} W_{p11}(p) & W_{k21}(p) \\ W_{k12}(p) & W_{p22}(p) \end{pmatrix}. \tag{26}$$

Передаточная матрица обобщенного объекта

$$W'_{об} = W_{об} \times W_k = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{21}(p) \\ W_{12}(p) & W_{22}(p) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} W_{p11}(p) & W_{k21}(p) \\ W_{k12}(p) & W_{p22}(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p)W_{p11}(p) + W_{21}(p)W_{k12}(p) & W_{k21}(p)W_{11}(p) + W_{21}(p)W_{p22}(p) \\ W_{12}(p)W_{p11}(p) + W_{22}(p)W_{k12}(p) & W_{k21}(p)W_{12}(p) + W_{22}(p)W_{p22}(p) \end{pmatrix}. \tag{27}$$

Будем выбирать компенсатор и регулятор таким образом, чтобы, с одной стороны, компенсировать перекрестные связи объекта, а с другой, – обеспечить эталонную динамику по прямым каналам:

$$\begin{cases} W_{11}(p)W_{p11}(p) + W_{21}(p)W_{k12}(p) = W_{эм1}(p); \\ W_{k21}(p)W_{11}(p) + W_{21}(p)W_{p22}(p) = 0; \\ W_{12}(p)W_{p11}(p) + W_{22}(p)W_{k12}(p) = 0; \\ W_{k21}(p)W_{12}(p) + W_{22}(p)W_{p22}(p) = W_{эм2}(p). \end{cases} \tag{28}$$

Здесь  $W_{эм1}(p)$  и  $W_{эм2}(p)$  выбираются произвольно и отражают желаемую динамику разомкнутой системы.

Решая систему (28), получим:

$$W_{p11}(p) = \frac{W_{эм1}(p)W_{22}(p)}{W_{11}(p)W_{22}(p) - W_{12}(p)W_{21}(p)}, \tag{29}$$

$$W_{k12}(p) = \frac{W_{эм1}(p)W_{12}(p)}{W_{12}(p)W_{21}(p) - W_{11}(p)W_{22}(p)}, \tag{30}$$

$$W_{k21}(p) = \frac{W_{эм2}(p)W_{21}(p)}{W_{12}(p)W_{21}(p) - W_{11}(p)W_{22}(p)}, \tag{31}$$

$$W_{p22}(p) = \frac{W_{эм2}(p)W_{11}(p)}{W_{11}(p)W_{22}(p) - W_{12}(p)W_{21}(p)}. \tag{32}$$

Найдем передаточную функцию разомкнутой системы по первому прямому каналу с учетом реализации:

$$W_{раз11}(p) = \frac{W_{11}(p)W_{эм1}(p)[W_{22}(p)]}{[W_{11}(p)W_{22}(p) - W_{12}(p)W_{21}(p)]} + \frac{W_{21}(p)W_{эм1}(p)[W_{12}(p)]}{[W_{12}(p)W_{21}(p) - W_{11}(p)W_{22}(p)]} = \frac{W_{эм1}(p)(W_{11}(p)[W_{22}(p)] - [W_{12}(p)]W_{21}(p))}{[W_{11}(p)W_{22}(p) - W_{12}(p)W_{21}(p)]} \quad (33)$$

При неточной реализации сокращения не происходит и  $W'_{об11}(p) \neq W_{эм1}(p)$ .

В случае  $W_{ij}(p) = \frac{K_{ij}}{T_{ij}p + 1}$  получаем:

$$W'_{раз11}(p) = W_{эм1}(p) \times \frac{[T_{11}p + 1][T_{21}p + 1](K_{11}[K_{22}][T_{12}p + 1])}{(T_{11}p + 1)(T_{21}p + 1)([K_{11}][K_{22}][T_{12}p + 1])} \times \frac{(T_{21}p + 1) - [K_{12}]K_{21}(T_{11}p + 1)[T_{22}p + 1]}{[T_{21}p + 1] - [K_{12}][K_{21}][T_{11}p + 1][T_{22}p + 1]} \quad (34)$$

Очевидно, что устойчивость замкнутой системы для рассматриваемой схемы будет полностью определяться устойчивостью эквивалентного объекта. В случае, если параметры объекта таковы, что коэффициенты полиномов в скобках (34) имеют разные знаки, замкнутая система окажется неустойчивой, какой бы ни была эталонная передаточная функция. При этом условия, определяющие устойчивость, полностью совпадают с таковыми для первой схемы.

**Система с компенсатором/регулятором с обратными связями**

Структурная схема системы имеет вид (рис. 7):

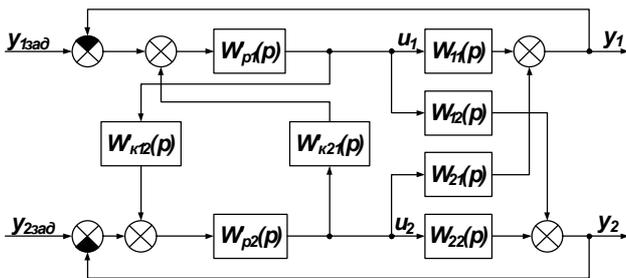


Рис. 7. Структурная схема системы.

Передаточная матрица компенсатора/регулятора:

$$W_k = \begin{pmatrix} \frac{W_{р11}(p)}{1 - W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)} & \frac{W_{р11}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)}{1 - W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)} \\ \frac{W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{р22}(p)}{1 - W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)} & \frac{W_{р22}(p)}{1 - W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)} \end{pmatrix} \quad (35)$$

Передаточная матрица разомкнутой системы:

$$W_{раз} = W_{об} \times W_k = \begin{pmatrix} W_{раз11}(p) & W_{раз21}(p) \\ W_{раз12}(p) & W_{раз22}(p) \end{pmatrix}, \quad (36)$$

где

$$W_{раз11}(p) = \frac{W_{р11}(p)W_{11}(p) + W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{р22}(p)W_{21}(p)}{1 - W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)}, \quad (37)$$

$$W_{раз12}(p) = \frac{W_{р11}(p)W_{12}(p) + W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{р22}(p)W_{22}(p)}{1 - W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)}, \quad (38)$$

$$W_{раз21}(p) = \frac{W_{р11}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)W_{11}(p) + W_{21}(p)W_{р22}(p)}{1 - W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)}, \quad (39)$$

$$W_{раз22}(p) = \frac{W_{р11}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)W_{12}(p) + W_{22}(p)W_{р22}(p)}{1 - W_{р11}(p)W_{к12}(p)W_{к21}(p)W_{р22}(p)}. \quad (40)$$

Передаточная матрица эталонной разомкнутой системы:

$$W_{эм} = \begin{pmatrix} W_{эм1}(p) & 0 \\ 0 & W_{эм2}(p) \end{pmatrix}. \quad (41)$$

Приравнивая  $W_{раз}$  к  $W_{эм}$ , после преобразований, получим:

$$W_{р11}(p) = \frac{W_{эм1}(p)}{W_{11}(p)}, \quad (42)$$

$$W_{к12}(p) = -\frac{W_{12}(p)}{W_{эм2}(p)}, \quad (43)$$

$$W_{к21}(p) = -\frac{W_{21}(p)}{W_{эм1}(p)}, \quad (44)$$

$$W_{р22}(p) = \frac{W_{эм2}(p)}{W_{22}(p)}. \quad (45)$$

Передаточная функция разомкнутой системы по первому прямому каналу с учетом реализации, как и следовало ожидать, аналогична таковой для предыдущей схемы:

$$W'_{об11}(p) = W_{эм1}(p) \times \frac{W_{11}(p)[W_{22}(p)] - [W_{12}(p)]W_{21}(p)}{[W_{11}(p)][W_{22}(p)] - [W_{12}(p)][W_{21}(p)]}. \quad (46)$$

Из этого следует, что система имеет те же проблемы с устойчивостью, что и предыдущая.

**Заключение**

Анализ различных вариантов систем компенсации перекрестных связей двусвязного объекта показал, что при определенных сочетаниях параметров объекта имеют место проблемы с устойчивостью у каждого из них. Эти проблемы связаны с тем обстоятельством, что на практике невозможно достичь идеальной компенсации. Поэтому актуальной является задача построения компенсирующих устройств, обеспечивающих сохранение устойчивости.

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т., рек. Минобразования РФ/ ред. Н.Д. Егупов. М.: Изд-во Моск. гос. техн. ун-та, 2000.
2. Рогач В.Я. Расчет настройки промышленных систем регулирования. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961.
3. Анисимов И.В. Основы автоматического управления технологическими процессами нефтехимической и нефтеперерабатывающей промышленности. – М.: Химия, 1967.
4. Рогач В.Я. Автоматические настройки систем управления. – М.: Энергоиздат, 1984.
5. Кривошеев В.П. Автоматизация непрерывных процессов сложных систем в нефтехимии (на примере производства фенола и ацетона): дис. ...д-ра техн. наук. – Уфа: Изд-во УНИ, 1989.